Hoe dom kun je zijn ?

Thomas Colignatus
14 februari 2010
http://www.dataweb.nl/~cool

EwS [1] gebruikt hoofdletter theta $\Theta = 2\pi$ zodat de beginnende mathemaat bij de polygonen en goniometrie leert denken in hele slagen in het rond in plaats van halve slagen. EwS heeft er bewust voor gekozen niet het vierkant rondom de cirkel tonen waarmee een beeld van de oppervlakte en waarde van π kan worden gevormd, zoals Yvonne Killian [2] laat zien, en wel omdat dit de aandacht van die hele slagen afleidt. EwS gebruikt naast de gewone en statische deling x / y, die het resultaat van een bewerking weergeeft, ook de algebraïsche en dynamische deling $x // y$ waarin het proces van delen wordt uitgedrukt. Bij x / y is het domein vooraf (ex ante) bepaald en bij $x // y$ achteraf (ex post). Dus bij x / x moet je $x \neq 0$ schrijven maar zonder deze overlast kun je afleiden $x // x = 1$. Dit is overigens een aspect van 'breuken en verhoudingen' dat niet door Hessel Pot [3] is genoemd – want het lijkt me dat de verhouding ":" vaak het voertuig van de dynamische deling "//" is (geweest). EwS gebruikt de dynamische deling ook om het differentiaalquotient te definiëren en redeneert niet van helling naar oppervlakte maar juist logischer andersom van oppervlakte naar helling. Maar EwS legt niet uit hoe je aan Θ komt ! De auteur van EwS had dat probleem wel onderkend maar niet voldoende snel de aanpak gezien. Onderwijl met een uitvlucht denkend dat Leibniz toch al de eerste formele afleiding van π had gegeven, zodat hier ook wel iets voor Θ zou zijn te maken, was het op het stapeltje van de agenda – "(ooit, en niet per se door mijzelf) gedaan moetende worden" – gelegd. Maar nu komt het. Zich afvragend of en hoe iedere auteur Killian en Pot afzonderlijk een kort persoonlijk antwoord gegeven behoorden worden viel de gedachte in dat dit juist gecombineerd kan worden ! Hier blijkt maar weer eens het voordeel van een tijdschrift, dat men verschillende onderwerpen toch gezamenlijk onder een kaft aantreft. Ergo, laat het inderdaad zo zijn dat we didactisch voor de jonge mathemaat met het vierkant induceren dat het oppervlak van een cirkel een kwadratische functie (parabool) van de straal is, met $S[r] = \pi r^2$ voor al dan niet bekende waarde van de parameter. Dan volgt de omtrek uit het verschil van oppervlaktes als $C[r] = \mathbf{d}S // \mathbf{d}r = \{(S[r + h] - S[r]) // h$, daarna $h = 0\} = 2 \pi r$. Met vervolgens de logische herdefinitie $\Theta = 2\pi$, $C[r] = \Theta r$ en $S[r] = ½ \Theta r^2$, gezien het eerdergenoemde didactische voordeel. Hoe dom kun je zijn, ik had het eerder moeten zien, hoewel ik achteraf (ex post) wel flarden van inzicht kan zien hangen, maar juist daarom. Inderdaad blijft Θ didactisch verstandiger om ook voor het jongste spul vanaf het begin te gebruiken voor de meting van hoeken en slagen in het rond, maar dat betekent niet dat het dogmatisch in alle denkstappen gebruikt moet worden, en voor de afleiding van het verband tussen oppervlakte en omtrek van een cirkel heeft $\pi = \Theta / 2 = 180°$ inderdaad een zinvolle rol. In de zeeën van tijd waarin de pupil maar ook de professional bezig is met het bepalen van de omvang van hoeken en slagen blijft het aanvaardbaar dat er die twee momenten zijn waarop π een handige notatie blijkt voor een tussenstap: het geheugensteuntje t.a.v. de formule voor de oppervlakte en de formele afleiding voor het verband met de omtrek.

[1] Thomas Colignatus (2009), "Elegance with Substance", Dutch University Press. PDF op http://www.dataweb.nl/~cool/Papers/Math/Index.html
[2] Yvonne Killian (2010), "Oppervlakteformules", Euclides 85 (4), p 168, Februari
[3] Hessel Pot (2010), "Verhouding staat tot breuk als 4 staat tot 1", Euclides 85 (4), p 169-170, Februari