

Complimenten, maar een schijnoplossing: Reactie op Windels (2011)

Thomas Colignatus
2 Februari 2012
<http://www.dataweb.nl/~cool>

Abstract

Windels (2011) "Het 6E-model: een compromis tussen positivistisch en constructivistisch wiskunde-onderwijs?" verdient complimenten voor een theoretisch onderbouwd schema dat ook praktisch lijkt te werken. Terwijl hij kijkt naar wiskunde zou die tegenstelling eigenlijk voor ieder vak kunnen gelden. Echter, het probleem in het vak wiskunde betreft iets wezenlijks anders. Wiskundigen worden opgeleid tot abstractie maar in de klas krijgen zij te maken met reëel bestaande leerlingen. Dit probleem is besproken in Colignatus (2009) en (2011). Alle vakken hebben ook baat bij dit inzicht. De conclusie is niet zozeer een andere lesmethodiek maar een parlementair onderzoek naar het onderwijs in wiskunde. Lerarenopleiders en de VELON verkeren in een belangrijke verantwoordelijke positie om dat advies actief te ondersteunen.

Inleiding

Bart Windels heeft een helder betoog waar ik 99,9% complimenten voor heb. Het betoog is eigenlijk voor alle vakken relevant. Bijvoorbeeld ook in het onderwijs in Nederlandse taal zijn twee methodieken denkbaar: eerst de stof in abstracto op het bord zetten en daarna oefenen, of eerst de leerlingen met concrete materialen laten spelen en daarna de stap maken naar wat nu precies verwacht wordt dat er geleerd wordt en op de toets kan worden verwacht. Windels presenteert een schema plus stappenplan dat verstandig en theoretisch onderbouwd overkomt. In zijn onderwijspraktijk heeft hij er goede ervaringen mee. Dit is goed nieuws voor iedereen.

Er restereert een klein puntje 0,1% van kritiek, dat ook voor iedereen leerzaam lijkt. Het probleem dat Windels (2011) schetst is eigenlijk niet het werkelijke probleem. Dat probleem ligt in het punt dat wiskunde pur sang gericht is op abstractie terwijl de (andere) wetenschappen empirisch zijn geïntendeerd. In de (andere) wetenschappen leren studenten hun vak in de context van een weerbarstige werkelijkheid. Zij leren openstaan voor veelzijdige, diffuse en (schijnbaar) conflicterende signalen. Deze attitude nemen zij mee in hun (studie voor het) leraarschap. In de wiskunde worden studenten opgeleid tot abstractie. Komen zij voor de klas te staan dan zijn daar echter reëel bestaande leerlingen. Hier ontstaat de cognitieve dissonantie die cruciaal is voor de praktijk van het onderwijs in wiskunde sinds het begin van de beschaving.

Wiskundigen lossen deze cognitieve dissonantie op door vast te houden aan de traditie. Helaas is de wiskunde zelf in een historisch proces ontwikkeld, vol irrationaliteiten, en de traditionele leerstof in de wiskunde is bijgevolg helemaal niet zo rationeel als wiskundigen denken. Het gevolg is dat leerlingen gemarteld worden met allerlei kronkels en kunstjes, zodat er maar in beperkte zin sprake kan zijn van "herontdekken" van de stof vanuit de spelsituatie. Zie Colignatus (2009) en (2011), en de boekbesprekingen door Limpens (2011), Gamboa (2011) en Gill (2012). Voor verbetering van het onderwijs in wiskunde luidt het voorstel deze laatste inzichten nu ook eens empirisch te toetsen.

Waar Windels (2011) refereert aan "Al twintig jaar woedt een didactische polarisatie in het wiskundeonderwijs in Nederland en Vlaanderen" en hij dit voorstelt als de tegenstelling tussen "positivistisch en constructivistisch", of zeg eventueel ouwerwets Euclides versus

nieuwerwets Freudenthal (niet echt constructivistisch), dan beschrijft hij een discussie die deelnemers in soortgelijke termen hebben geformuleerd, maar, dat alles is slechts een expressie van die cognitieve dissonantie, want ook Freudenthal was een abstract denkend wiskundige die zijn eigen "realisme" verzon. De juiste diagnose is die van het verschil tussen wiskundige en (wiskundig) (onderwijs-) ingenieur. Bij de therapie zal een ingenieur die echt met onderwijs aan de gang gaat ook de leerstof herontwerpen (re-engineering).

Met verwijzing naar het diagram

Windels (2011) begint met een tegenstelling tussen twee uitersten, ontwerpt een diagram met twee assen en constateert vervolgens dat twee kwadranten leeg blijven. Hij suggereert dat dit opmerkelijk is maar je zou het eerder logisch vinden. Voegen wij er nog een as aan toe dan zouden 6 van de 8 blokken wel leeg kunnen blijven. Het praktisch succes van Windels' onderwijsschema zou eerder kunnen voortkomen uit dat hij blijkbaar een goed docent is, die zijn leerling-studenten goed begeleidt, dan uit zijn rationalisatie dat het voortkomt uit de aanpassing via deze assen. In zijn stappenplan herken ik verder vooral de niveautheorie van Pierre van Hiele zodat er een onderliggende logica is waarom het werkt. (En Freudenthal heeft Van Hiele niet zo goed behandeld.)

De as met het onderscheid tussen de "verzameling van feiten" en het "zoekproces" roept wiskundig vragen op. Een Platonisch denkend wiskundige zou kunnen stellen dat de (oneindige) lijn die men in gedachten voorstelt (en die de leraar bij de leerling wakker wil roepen) dan dat "feit" moet zijn, maar dat is natuurlijk geen empirische zaak waarvoor we de term "feit" gebruiken, want dat feit is het ruwe lijnstuk dat je met een lineaal trekt als hulpmiddel bij het denken. Hierover zijn verwarrende discussies mogelijk. Wellicht is alleen $1 + 1 = 2$ onproblematisch. Bij $7 + 8 = 15$ is alweer discussie mogelijk want je zegt "vijftien" en schrijft "tienvijf" want de cijfers komen India via Arabia en daar schrijft men van rechts naar links. Of dit op de lagere school aan de kinderen wordt uitgelegd is de vraag.

Met enig goed nadenken en discussie onder voorbeeldig voorzitterschap kunnen we denkelijk wel bepalen wat de leerstof is en hoe we de leersituatie zo kunnen indelen dat leerlingen met hun eigen leerstijl de leerstof kunnen verwerken. Mijn voorstel is bij de wiskunde dan wel de rommel uit het verleden op te ruimen en het onderwijs tot zowel wiskundige als juist leraar wiskunde ook fors empirisch te maken. Veranderingen zoals 15 als "51" schrijven zijn te ingrijpend maar er blijken vele andere mogelijkheden te zijn die al een forse verbetering inhouden.

Andere vakken zijn hiermee gediend. Een leraar Nederlands is vanuit het vakgebied ook empirisch ingesteld, zal statistisch onderscheid tussen toetsresultaten moeten kunnen maken, en een basis in wiskunde moeten hebben om die statistiek te begrijpen. De wiskunde kan toegankelijk geformuleerd worden (wiskunde A) zodat leraren Nederlands er het nodige van kunnen begrijpen. Een hoogleraar Rechten moet kunnen uitleggen hoe het zat met de veroordeling van Lucia de B. als seriemoordenaar en de rol daarbij van de statistiek. De rechter stelde dat statistiek geen rol speelde maar sprak toch over de ene moord na de andere, en hanteerde een soort ketenbewijs, waarvan een statisticus zegt dat je daarvoor wel degelijk statistiek nodig hebt (die Lucia de B. helpt vrijpleiten) zodat de falende rechter in een eigen "juridische" schijnwereld vluchtte die niet goed te praten valt. Wiskunde is kortom altijd aanwezig omdat goed denken met abstractie samengaat. Wiskundigen moeten ophouden hun leerstof ontoegankelijk te presenteren, hun rommel opruimen en zich in het onderwijs empirisch opstellen.

Neem bijvoorbeeld een taart. Of een halve of een kwart taart. Je kunt de taart dus opdelen in taartpunten en krijgt dan breuken. Neem het platte vlak in gedachten. Dit is ook weer op te delen in half vlak, kwart vlak, etcetera. Heel natuurlijk. Een slag in het rond, een halve slag, een kwart slag. Plotseling wil de wiskundige traditie dat die hoekpunten worden beschreven met 360 graden. Omdat de bewoners van Ur, Mesopotamië, hadden bedacht dat een jaar ongeveer 360 dagen telt. Kinderen leren nu dat 90 graden staat voor $90 / 360 = 1 / 4$ vlak. Een extra berekening die nergens voor nodig is. Het is een manier van denken die begrip in de weg staat omdat de nadruk ligt op 90 graden en niet op $1 / 4$ vlak. Een betekenisloos cijfer

als 56 graden zegt pas wat wanneer je $56 / 360$ uitrekt om het juiste Excel plaatje van die taartpunt te krijgen. Er bestaat ook ingenieursdenken dat uitgaat van een gradenboog met 360 graden maar het is juist onderwijs-ingenieurs-denken dat zich afvraagt wat er nu werkelijk geleerd moet worden. Ja, oefenen in rekenen is belangrijk, maar niet met onzinsommetjes die begrip in de weg staan.

Het Stapel Instituut

Wilbrink (2012a) formuleert het beter dan ik kan: “De KNAW-commissie onder voorzitterschap van Lenstra (2009) vindt geen noemenswaardig empirisch toetsend onderzoek door het Freudenthal-Instituut, dus over de voorgaande twee decennia.” Wilbrink (2012b): “Freudenthal vindt het niet nodig om zijn ideeën op de pijnbank van het gecontroleerde experiment te leggen”. En met sarcasme: “(...) didactiek van de wiskunde heeft niets aan empirisch onderzoek, en dus ook niets aan psychologie. Nee, de wiskundige moet het van zijn ratio hebben, dat zal dan ook wel voor wiskundig didacticus gelden. Ik heb zelden zo'n enorme misvatting gezien, een misvatting die de Nederlanders ondertussen miljarden moet hebben gekost aan gemist menselijk kapitaal.”

Wilbrink veronderstelt nog “ratio” terwijl de wiskunde zelf helemaal niet zo rationeel is, zoals we hierboven constateerden. De kwestie doet denken aan de affaire rondom “professor” Diederik Stapel die zijn eigen “data” verzong en anderen intimideerde. Wiskundige Hans Freudenthal hoefde voor zijn “empirische uitspraken” geen cijfers te verzinnen want met zijn stijl van intimidatie werd hij zo ook wel geloofd. De intimidatie door beiden is opvallend. Werknemers bij het Freudenthal Instituut zullen zo geïntimideerd zijn dat ze heftig zullen ontkennen dat zij het zijn.

(a) Levelt cs. (2011) onderzochten de zaak Diederik Stapel: “De heer Stapel verkeerde in een zichtbaar machtige positie. Hij was de wetenschappelijke coryfee van het Departement, zo niet van de faculteit. Hij werd departementsvoorzitter en vervolgens decaan. Zijn gezag was onaantastbaar. Dat oogste bewondering, maar ook angst.”

(b) Verhoef & Verhulst (2010) laten studenten en (latere) collegae van Freudenthal aan het woord. Zij citeren Kalmijn: “Nee, die didactiek kwam pas later. Als je een goede student was kon je hem volgen, voor de gemiddelde studenten was hij al zeer moeilijk. Zulke studenten waren ook bang om met hem te praten. Als student-assistent merkte ik dat als hij op het practicum kwam en rondliep, een aantal studenten ging werken aan een vraagstuk dat ik al besproken had. Als hij bij college vragen aan de zaal stelde, gaf meestal niemand antwoord, men was geïntimideerd. Wat bij hem als triviaal werd gepresenteerd vergde vaak twee bladzijden uit een boek. Freudenthal had uitgesproken ideeën over de eisen waaraan studenten moesten voldoen en hij stelde snel vast: die is knap, die is dom. Dat deed hij trouwens met iedereen, ook met ministers en hoge ambtenaren.” Van der Kallen: “Hij was een dominante persoonlijkheid, maar zijn standpunten en zijn meningen waren wel goed doordacht.” Baseert Van der Kallen die positieve indruk op empirische verificatie? De publicatielijst van Van der Kallen (2012) toont geen onderzoek naar didactiek van wiskunde (maar dat hoeft natuurlijk weinig te zeggen).

Wanneer Diederik Stapel niet betraapt was hadden we wellicht een Stapel Instituut gekregen. Bij Freudenthal was er geen tijdige correctie. Het probleem lag dus maar ten dele bij Freudenthal zelf. Het lag ook aan de wiskundigen in zijn omgeving die net zo dachten. Het probleem bestaat anno 2012 nog levensgroot. Met hun opleiding tot abstract denken, maar binnen de traditie, is het geen wonder dat empirische toetsing niet hoog op de agenda komt. Belangwekkend is dat het Freudenthal Instituut aan Colignatus (2009) en (2011) voorbijgaat. Ook professor Lenstra is een wiskundige en denkt nog traditioneel en te weinig empirisch. Lenstra cs. (2009) over het rekenonderwijs negeert mijn boek terwijl ik hem daar wel op attent heb gemaakt. Zijn rapport poetst het koper maar laat het goud liggen. Naar aanleiding daarvan wordt er nu in Nederland een kerstboom aan rekenonderwijs opgetuigd die wetenschappelijk niet deugt. Weer een feest van verspilling.

PM: Hier zijn twee voorbeelden van vandaag waarbij ik niet heb gezocht maar willekeurig twee keer in de diepte ben gegaan en meteen goud vind. Nu maak ik zelf ook wel eens een fout dus mogelijk is het alleen anecdotisch.

(1) Op <http://www.fi.uu.nl/rekenlijn>, Rekenen met verhoudingen, Groep 6, 7, "Lesbeschrijving "Snoepjes voor diabetici" en "De kaasboer"", waarin de verhoudingstabel wordt gepresenteerd, met aantal boven prijs, terwijl je meestal euro per aantal uitrekent, dus andersom.

(2) Op <http://www.fi.uu.nl/zoefi/Voorbeeldlesjes/voorbeeld.php?zoef=8135> wordt de deelbaarheid door 3 en 28 vergeten, wat vreemd is omdat 6 wordt genoemd en dat is toch deelbaar door 3. Wanneer je 84 noemt dan ook 1.

Docentenhandleiding



Huisnummerspel

Doel: Tafels oefenen.

Omschrijving: Leerlingen onderzoeken de deelbaarheid van hun huisnummer.

Werkwijze: Elke leerling schrijft zijn huisnummer op een blaadje. Op het scherm verschijnen vragen over deelbaarheid. Bijvoorbeeld: Zit het huisnummer in de tafel van acht? Steek je blaadje dan de lucht in. Achtereenvolgens worden de volgende tafels gevraagd: 2, 5, 9, 4, 6, 3, 10 en 8.

Na afloop gezamenlijk terugblikken op huisnummers die heel vaak in de lucht werden gestoken en huisnummers die juist weinig delers hebben.

Bedenk dat grote getallen ook bij tafels horen. Bijvoorbeeld: 84, hoort bij de tafel van 2, van 4, van 6, van 7 (en 12, 14, 21, 42 en 84).

Besteed ook aandacht aan de kenmerken van een getal dat deelbaar is door:

- 2: eindigt op een even getal.
- 5: eindigt op nul of vijf
- 4: de laatste twee cijfers zijn deelbaar door 4.
- 10: eindigt op een nul.

Zoekwoorden: Hele getallen>Vermenigvuldigen; Hele getallen>delen.

Rapport Dijsselbloem

De wiskundigen hebben zich verenigd in een Platform Wiskunde Nederland (PWN) en zijn een reclame-campagne van plan. Men heeft dus 12 jaar op school de kans om bij een 'captive audience' liefde voor wiskunde te laten groeien, in plaats daarvan zorgt men ervoor dat mensen wiskunde gaan haten, en dit moet hersteld worden met een dure campagne waar de overheid weer voor moet betalen. De bedrijfskolom der wiskunde snapt niet dat men zelf het probleem is. Mijn suggestie tot een oplossing is een Simon Stevin Instituut waarin ook ouders, bedrijfsleven, andere beroepen zoals fysici, economen, leraren Nederlands, kunstenaars, een rol hebben.

Het parlementair onderzoek van Dijsselbloem cs. (2008) concludeert tot een onderscheid tussen "wat en hoe". De overheid gaat over het wat, en het onderwijs over het hoe. Weliswaar kan de overheid vaststellen dat leerlingen wiskunde moeten krijgen maar het zijn de wiskundigen die vaststellen wat wiskunde is. Die taakverdeling blijft fundamenteel gewenst. Wel is het zo dat wiskundigen zich ernstig misdragen t.a.v. mijn analyse, zie Colignatus (2012), ook wiskundigen bij "Beter Onderwijs Nederland" hoewel hun naam anders

suggereert. Het is verleidelijk te denken dat ik het parlement zie als scheidsrechter tussen mij en de rest van de wereld. Dat is echter een verkeerde gedachtengang. Een parlementair onderzoek kan wel bij wiskundigen de vluchtwegen en drogredenen afsnijden. Zo'n reclamecampagne lijkt bijvoorbeeld rationeel in de denkwereld van PWN maar in een hearing bij het parlement kan deze ballon doorgeprikt worden zodat de aandacht op goed onderwijs kan worden gericht.

In de Tweede Kamer kan men een geodriehoek met gradenboog bekijken. Ik stel mij zo voor dat wanneer wiskundigen bij de Tweede Kamer gehoord worden, en hen gevraagd wordt om hun standpunt nog eens toe te lichten, dat zij plotseling gedwongen zijn over de kwestie na te denken en niet langer blindelings aan de traditie kunnen vasthouden. "Ja, het is logischer het platte vlak als eenheid te gebruiken, maar de traditie sinds Ur ...", zal nog het beste zijn wat zij kunnen zeggen. En wat kost dat dan, kan de onderzoekscommissie dan vragen.

Zelfs PWN zou kunnen gaan inzien dat gelden beter aan mijn voorstellen tot nader onderzoek kunnen worden besteed.

PM 1. Beter dan, bijvoorbeeld, aan het herschrijven van de geschiedenis, met een oppoetsen van het Freudenthal Instituut. Voor de volledigheid meld ik dat ik mij in mijn onderzoek verre heb gehouden van een poging tot evaluatie van het FI, met plussen en minnen. Ik heb slechts een paar doodzonden aangetroffen die voldoende zijn voor een advies tot opheffing.

PM 2. Het FI is hofleverancier van het onderwijs maar de directeur van het FI zit in het bestuur van het PWN namens de vereniging van leraren NVvW – een constructie die in andere kringen onjuist zou worden gevonden.

Conclusie

Lerarenopleider Windels (2011) doet een suggestie voor een betere opleiding tot leraar wiskunde. Hij zoekt het compromis tussen "positivistische en constructivistische" benaderingen. Daarmee is het fundamentele probleem nog niet opgelost. Het zou denkkelijk wel kunnen zijn dat hij minder vast zit aan de dogmatiek van het "realistische rekenonderwijs" van Freudenthal zodat zijn leerling-docenten met meer openheid kijken naar wat hun leerlingen in feite doen. Toch: (1) Een beetje meer openheid is niet toereikend wanneer het gaat om fundamentele openheid die een onderwijs-ingenieur kan hebben. (2) Het reservoir van reeds bestaande leraren en onderwijspakket is vooralsnog onaangetast. (3) Een impliciete suggestie dat het Freudenthal Instituut ten minste een beetje op de goede weg zat is misplaatst. Het Freudenthal Instituut is fundamenteel onwetenschappelijk en schaf dit "Stapel Instituut" dan ook af. Symboolpolitiek is echter niet genoeg. (4) Zie verder de analyse in mijn aangehaalde boeken. Ergo blijft mijn fundamentele advies: Laat het parlement een onderzoek instellen naar het onderwijs in wiskunde. Stimuleer andere landen dat ook te doen. Lerarenopleiders, niet alleen voor wiskunde maar voor alle vakken, en de VELON, verkeren in een belangrijke verantwoordelijke positie om dat advies actief te ondersteunen.

Thomas Colignatus is econometrist en eerstegraads bevoegd leraar wiskunde.

References

Colignatus is the name of Thomas Cool in science. Webpages have been retrieved per February 2 2012.

Colignatus (2009), "Elegance with Substance", Dutch University Press, <http://www.dataweb.nl/~cool/Papers/Math/Index.html>

Colignatus (2011), "Conquest of the Plane", Thomas Cool Consultancy & Econometrics, <http://www.dataweb.nl/~cool/Papers/COTP/Index.html>

- Colignatus (2012), "Wiskunde of waarheid", update
<http://www.dataweb.nl/~cool/Papers/Drgtpe/Crisis-2007plus/2011-12-24-wiskunde.html>
- Dijsselbloem, J. cs. (2008) te vinden met toelichting "Parlementair onderzoek onderwijsvernieuwingen (2007-2008)"
<http://www.parlement.com/9291000/modulesf/hk2nga28>
- Gamboa, J.M. (2011), "Review: Conquest of the Plane", <http://www.euro-math-soc.eu/node/2081>
- Gill, R.D. (2012), "Book reviews. Thomas Colignatus. (1) Elegance with Substance, (2) Conquest of the Plane", draft text at <http://www.math.leidenuniv.nl/~gill/reviewCOTP.html>
- Kallen, W. van der (2012), "Publicatielijst", <http://wilberdk.home.xs4all.nl/publications.html>
- Lenstra, J.K. cs. (2009), "Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering", KNAW, <http://www.knaw.nl/Pages/DEF/27/161.bGFuZz1OTA.html>
- Levelt, P. (2011), "Aanbieding Interim-rapport inzake zaak-Stapel", <http://www.tilburguniversity.edu/nl/nieuws-en-agenda/commissie-levelt/aanbieding-interim-rapport/>
- Limpens, G. (2010), "Boekbespreking: Elegance with Substance", Euclides, blad van de Ned. Ver. voor Wiskundeleraren, december 2010, 86-3, p130-131,
<http://www.dataweb.nl/~cool/Papers/Math/2010-12-Euclides-86-3-p130-131-a.jpg>
- Verhoef, N. en F. Verhulst (2010), "Hans Freudenthal als docent en collega", Nieuw Archief voor Wiskunde, 5/11, p54-56,
<http://www.nieuwarchief.nl/serie5/deel011/mrt2010/nawmar054.pdf>
- Wilbrink, B. (2012a), "Rekenproject: Geen empirisch onderzoek",
http://www.benwilbrink.nl/projecten/geen_empirisch_onderzoek.htm
- Wilbrink, B. (2012b), "Hans Freudenthal. Aantekeningen bij zijn publicaties",
<http://www.benwilbrink.nl/literature/freudenthal.htm>
- Windels, B. (2011), "Het 6E-model: een compromis tussen positivistisch en constructivistisch wiskunde-onderwijs?", VELON Tijdschrift, Editie 3, 30 september p17-24