

Onderzoek door Vos & Roorda over afgeleide is niet valide

Thomas Colignatus
21 december 2016

Het onderzoek van Vos & Roorda over de afgeleide (Euclides 92 no 2 & 3) is niet valide. Met de gegeven onderzoeksopzet worden de "conclusies" die zij trekken niet gedragen.

Ze geven hun proefpersonen de mededeling dat " $V(a)$ is het verbruik na a km". Zij zeggen er niet bij dat V een functie van a is, zodat de leerlingen ook haakjes kunnen wegwerken. Daarmee staat alles op losse schroeven. Voor leerlingen die haakjes wegwerken reduceert de differentie $V(a + h) - V(a)$ tot Vh , en geef ze eens ongelijk.

Het is ook vreemd dat deze onderzoeksfout gemaakt wordt. Leraren weten van de verwarring. Het eigenlijke vraagstuk is hoe je die verwarring vermijdt. Bijv. in Colignatus (2008) heb ik zulk misverstand al gesignaleerd. Mijn advies was en is:

- ofwel altijd expliciet zeggen dat het om een functie gaat,
- ofwel gebruik te maken van rechte haken bij functies, dus $V[a]$, zodat leerlingen op die manier weten dat het om een functie gaat.

Dus dit artikel moet uit het "wetenschappelijk record" geschrapt worden. Gaarne z.s.m. in Euclides de melding dat het is teruggetrokken.

Voor de volledigheid 1

Je kunt nog proberen te beredeneren dat de leerlingen op andere manieren "hadden moeten ontdekken" dat V een functie is. Wie de instructie daarop langsloopt ziet geen enkele expliciete aanwijzing. In de grafiek komen V en a bijv. niet op de assen voor, dus ook zo'n soort "excuus-redenering" voor deze onderzoeksopzet valt weg.

In zijn proefschrift uit 2012, p64-65, geeft Roorda aan dat de onderzoeksopzet afkomstig is van Kaiser-Messmer 1986, en dat hij die opzet wegens zulke ontlening niet apart zelf nog in een eigen pilotinterview heeft getest. Dat zo'n eigen kritische test achterwege kon blijven is dan een erg ongelukkige aanname. Een wonderlijke aanname ook, want leraren weten toch dat leerlingen hier in de war kunnen raken tussen functie en haakjes wegwerken.

Je kunt wel concluderen dat leraren wiskunde er zelf meteen voor kiezen om $V(a)$ als functie te interpreteren, en dit combineren met tabel, grafiek en differentiequotiënt. Maar die zijn daarop geoefend. Met zo'n test kun je denkkelijk onderscheid maken tussen geoefenden en lerenden, maar niet met zulk detail zoals Vos & Roorda claimen.

Voor de volledigheid 2

Mijn opmerking over de ambiguïteit van haakjes komt niet uit de lucht vallen. Wie bijv. computer-algebra gebruikt kan merken dat bijv. in *Mathematica* al decennia eenzelfde streng onderscheid in haakjes wordt gemaakt. Je kunt dan denken dat computers maar domme dingen zijn, maar, ook voor mensen maakt het dus uit.

Vervolgens heb ik de opmerking herhaald in "Elegance with Substance" (2009, 2015) en "Een kind wil aardige en geen gemene getallen" (2012). Lerarenopleiders hebben er een handje van om deze boeken te negeren, met dus het risico dat zij invalide onderzoek doen, met verspilling van tijd en geld en pagina's in Euclides.

Men moet er rekening mee houden dat het hier ook gaat om leerlingen die juist bezig zijn om te ontdekken wat een differentiequotiënt is, wat je ermee kunt doen, en hoe dit wiskundig

concept voor verschillende contexten relevant is. Leerlingen dan extra in verwarring brengen met een fundamenteel ambigue notatie is didactisch bizar, zeker ook wanneer het gebruikt wordt voor "toetsing van begrip". Juist een leerling die flink geleerd heeft op het wegwerken van haakjes, bijv. netjes $V(a + h) = Va + Vh$, wordt hier flink benadeeld.

Pleidooi voor rechte haken als standaard

Men zou het als een positief punt kunnen zien dat andermaal duidelijk is dat het grote voordelen heeft voor functies voortaan het gebruik van zulke rechte haken af te spreken. Alleen wanneer je helder hebt gezegd dat f een functie is dan zou je ook $f(x)$ kunnen schrijven, maar waarom zou je ronde haken gebruiken wanneer je rechte haken gewend bent ?

PM 1. Commentaar is mogelijk op het NVvW Forum, zie <https://www.nvww.nl/forum/#/discussion/733/euclides-92-no-3-onderzoek-vos-roorda-niet-valide-alsook-andere-opmerkingen>

PM 2. Er is ook een ander probleem, nl. dat Roorda niet verwijst naar de algebraïsche aanpak van de afgeleide. Deze twee problemen zijn niet te verwarren.

Literatuur

Colignatus is de wetenschappelijke naam van Thomas Cool, Econometrist (Groningen 1982) en leraar wiskunde (Leiden 2008).

Colignatus, Th. (2008), " De wenselijkheid van een parlementair onderzoek naar het onderwijs in "wiskunde" en naar wat "wiskunde" heet te zijn", <http://thomascool.eu/Thomas/Nederlands/Wetenschap/Artikelen/2008-04-17-WiskundeOnderwijs.pdf>

Colignatus, Th. (2009, 2015), "Elegance with Substance", pdf online, <http://thomascool.eu/Papers/Math/Index.html>

Colignatus, Th. (2012), "Een kind wil aardige en geen gemene getallen", pdf niet online, <http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/Index.html>

Vos, P. en G. Roorda (2016a), "Bezineverbruik of een differentiequotient", Euclides 92, no 2, p4-6

Vos, P. en G. Roorda (2016b), "Bezineverbruik of een differentiequotient", Euclides 92, no 3, p10-12

Roorda, G. (2012), "Ontwikkeling in verandering", proefschrift RUG, <https://www.rug.nl/staff/g.roorda/proefschriftgerritroorda.pdf>