

Kern-misstanden in het onderwijs in wiskunde en rekenen

Thomas Colignatus
10 & 12 april 2016

Ik ben econometrist (Groningen 1982) en eerstegraads leraar wiskunde (Leiden 2008). Wiskundeleraren zijn normaliter niet bevoegd voor primair onderwijs (PO), maar het rekenonderwijs wordt verschoven naar voortgezet onderwijs (VO) en verdient dan aandacht.

- (1) Er is een onderscheid tussen *wiskunde* en *empirische wetenschap* (waaronder onderzoek aan onderwijs in wiskunde). Wiskundigen worden opgeleid tot abstract denken en niet tot het doen van empirisch onderzoek. Een korte bijscholing van een wiskundige tot een leraar wiskunde kan blijkbaar vaak niet meer herstellen wat nodig is. Komen wiskundigen voor de klas, dan zien zij reëel bestaande leerlingen, en zij lossen de cognitieve dissonantie op door vast te houden aan traditie. Maar die traditie van "wiskunde" is niet ontworpen met een empirisch oog t.a.v. didactiek van wiskunde. Dit gaat al 5000 jaar verkeerd. Zie "**Elegance with Substance**" (EWS) (2009, 2015) en "**Conquest of the Plane**" (COTP) (2011) en "**A child wants nice and not mean numbers**" (CWNN) (2015) en "**Foundations of Mathematics. A neoclassical approach to infinity**" (FMNAI) (2015). Zie hiervoor mijn website en de PDFs aldaar. Men leest het beste vanaf papier.
- (2) In het onderwijs is er het Dijsselbloem-onderscheid tussen *Wat* (vak, onderwerp) en *Hoe* (didactiek). Echter, er is ook verschil tussen *Wat* en "*Wat*":
 - (a) Het parlement vraagt wiskunde maar krijgt "wiskunde".
<http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/2016-02-10-Basisprobleem-in-pedagogie-onderwijs-en-didactiek-van-wiskunde.pdf>
 - (b) De minister van OCW kreeg op 22 maart 2016 een misleidend Deltaplan Wiskunde aangeboden: <http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/2016-03-22-Minister-krijgt-een-misleidend-Deltaplan-Wiskunde.pdf>
- (3) Onderzoekers, wiskundigen en leraren wiskunde sluiten zich af voor deze kritiek. Zij lezen deze boeken niet. De boeken worden verkeerd voorgesteld, en men speelt de man in plaats van de bal.
 - (a) In de wereld van wiskunde kan een enkele negatieve reactie anderen blijkbaar zeer huiverig maken. Denkelijk speelt het verschil tussen wiskunde (waar of onwaar) en empirie (grijstinten) een rol.
 - (b) EWS kreeg een badinerende bespreking door Ger Limpens (CITO) in *Euclides*, het blad van wiskundeleraren. Limpens noemde "dit boek toch zeker de moeite waard" maar speelde ook de man in plaats van de bal door te verwijzen naar "zonderling" en "Don Quichote". Noem mij een wiskundeleraar die EWS is gaan lezen en Limpens tot correctie heeft opgeroepen. Jeroen Spandaw (TUD) stelde dat COTP vol fouten zou zitten, maar misrepresenteerde de analyse en speelde de man door mij te scharen bij pseudowiskundigen. Voor een European Mathematical Society schreef Jose Manuel Gamboa (Madrid) echter een nette recensie. Richard Gill (Leiden) schreef in het tijdschrift *NAW* in positieve termen over EWS en COTP. Christiaan Boudri schreef in reactie op Spandaw dat met een open geest gelezen moet worden.
<http://thomascool.eu/Papers/COTP/2013-03-15-Boudri-over-COTP.pdf>
 - (c) De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) is een ernstig zieke vereniging gebleken: <http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/2016-03-11-NVvW-is-een-ernstig-zieke-vereniging.pdf> Deze melding van 11 maart 2016 blijkt op 9 april 2016 van het interne NVvW Forum verwijderd te zijn met de drogreden van komende drukte in de examenperiode: dit is censuur van wetenschap.
 - (d) Onderzoekers aan onderwijs in wiskunde zijn in gebreke gebleken, zie onder.
- (4) Het voorgaande betekent dat beleidsmakers, inspectie, leraren en onderzoekers van onderwijs van andere vakgebieden (economie, natuurkunde, biologie, ..., geschiedenis) niet op wiskundigen, wiskundeleraren en NVvW kunnen vertrouwen.

- (a) In 2008 adviseerde ik tot een parlementair onderzoek, met als remedie de oprichting van een Simon Stevin Instituut. Na het wangedrag der wiskundigen in 2008-2015 kan dit dan beter een parlementaire enquête worden met horen onder de.
- (b) Zolang zulk onderzoek er niet is, doen andere vakgebieden er goed aan om mijn boeken EWS, COTP, CWNN en FMNAI te bestuderen en de wiskundigen en wiskundeleraren kritisch te bevragen en te toetsen op de empirisch wetenschappelijke benadering. Het moet niet zo moeilijk zijn voor natuurkundigen of collega-econometristen enzovoorts de wiskunde van VO of het rekenen in het PO te begrijpen, en kritische vragen te stellen over de punten in de onderhavige tekst.
- (c) Het advies is: houd je aan wetenschap en fatsoen: (i) Verwijs naar die boeken, zodat niet gedaan kan worden alsof ze "oud en dan verouderd" zijn. (ii) Laat onderwijsonderzoekers, wiskundigen en wiskundeleraren niet weggelaten met het negeren van die boeken. (iii) Sta geen misrepresentatie toe. (iv) Laat de bal gespeeld worden en niet de man.
- (5) Na publicatie van EWS (2009, 2015) ben ik nader gaan kijken naar het onderwijs in rekenen (met de rekentoets). De tweestrijd tussen "realistischen" en "traditionelen" heeft in 2006-2009 veel aandacht getrokken, waarna politici rond 2010 ervoor kozen (zonder voldoende raadpleging van het veld) een "rekentoets" in te voeren. Het rapport KNAW (2009) over het rekenonderwijs concludeerde dat het "realistisch rekenonderwijs" (RRO) is ingevoerd zonder empirisch onderzoek en evidentie. Wel meende men dat er statistisch geen verschil was in resultaten van "realistische" of "traditionele" didactieken.
- (a) Kijken naar de bevoegdheid van een auteur is een gepaste overweging, en behoort nog steeds bij de bal (verklaring van 5000 jaar misstand). Mij bleek dat Hans Freudenthal (1905-1990) die het "realistisch wiskundeonderwijs" (RWO) ontwikkelde een abstract denkende wiskundige was, zonder ervaring in empirische wetenschap of leraarschap in VO en PO. Het verzet tegen RWO kwam van Jan van de Craats (geb. rond 1944), idem dito. Het drama rond het rekenonderwijs past derhalve bij de diagnose van 5000 jaar misstand t.a.v. het onderwijs in wiskunde: een versturende invloed door abstract denkenden die niet zijn opgeleid tot empirisch onderzoek.
- (b) Volgens de huidige regels t.a.v. wetenschappelijke integriteit van ALLEA / KNAW / LOWI is een wiskundige alleen aanspreekbaar op inbreuk op de integriteit van wetenschap wanneer binnen het wiskundige werk sprake is van vervalsing, fabricatie of plagiaat. Wanneer een wiskundige buiten de wiskundige bevoegdheid treedt en zich met de empirie van onderwijs gaat bemoeien dan laat ALLEA / KNAW / LOWI dit toe. <https://boycottholland.wordpress.com/2015/11/26/allea-defines-research-integrity-too-narrow>
- (c) Het rapport KNAW (2009) over het rekenonderwijs blijkt ondeugdelijk.
- (i) Wanneer RRO / RWO niet is gebaseerd op wetenschappelijk onderzoek maar op ideologie, dan is het te vergelijken met astrologie of homeopathie, en is het "Freudenthal Instituut" te Utrecht op te heffen. De KNAW-commissie trok deze conclusie echter niet. Voorzitter Jan Karel Lenstra is ook wiskundige en opgeleid tot abstract denken en niet tot empirisch onderzoek. Lenstra poldert tussen wiskunde-collegae en snapt niet dat het een wetenschappelijke misstand is dat dit "Freudenthal Hoofd in de Wolken Realistische Wiskunde Instituut" (FHWRWI) nog bestaat.
- (ii) KNAW (2009) baseert zich op psychometristen zoals Kees van Putten en Marian Hickendorff (met later een "cum laude" proefschrift in 2011). Echter, Hickendorff schrijft mij op 27 juni 2014: "(...) ik ben geen didacticus maar psychologisch onderzoeker, en probeer ook zo veel mogelijk buiten de discussie over didactiek te blijven omdat ik niet meen dat dat mijn expertise is." <http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/2016-01-31-Enkele-emails-rekentoets-psychometrie.pdf> Dit is gezien bovenstaande opmerking over de bevoegdheid prijzenswaardig qua houding en openhartigheid, maar opent het probleem: hoe kun je in vredesnaam onderzoek doen aan onderwijs in rekenen,

zonder zicht te hebben op de didactiek van rekenen ? Er blijken inderdaad de volgende problemen:

- (1) De psychometristen stellen dat RRO en traditioneel rekenonderwijs (TRO) even effectief zijn, maar de scores worden berekend op de uitkomst van de som en niet de tussenstappen. Een leerling die alleen "realistisch" kan happen kan een nette score halen (want CITO houdt rekening met RRO) maar toch gehandicapt zijn t.a.v. algebra voor het vervolgonderwijs. (Het woord "algebra" komt niet voor in het proefschrift van Hickendorff.)
 - (2) De psychometristen leggen er niet de nadruk op dat rekenen in het PO geleerd moet worden (voor het duurzaam geheugen), zodat zij ruimte laten voor een misverstand bij beleidsmakers alsof rekenen ook in het VO geleerd kan worden (meer dan alleen "bijhouden"). (Wanneer rekenen niet in het duurzaam geheugen maar in het lange termijn geheugen komt, dan moet het steeds bijgehouden worden, met "use it or lose it".) Expliciet: dit verschil voor PO en VO is een hypothese en ik ken geen onderzoek waarin dit is getoond. Kern echter is dat wie het leren van rekenen wil verleggen van PO naar VO, eerst moet tonen dat dit didactisch verantwoord is (en zulk onderzoek ken ik ook niet).
 - (iii) De psychometristen (CITO) negeren de problemen die gesignaleerd zijn in EWS. Het kernvoorbeeld is "twee en een half" of $2 + \frac{1}{2}$ geschreven als $2\frac{1}{2}$ wat leest als "twee maal een half". EWS werd ook in 2009 gepubliceerd, maar het memo hierover staat sinds 2008 op mijn website, en Jan van de Craats erkende in 2008 een aantal punten, ook al heeft hij dit nadien doodgezwegen (want hij zag dit parlementair onderzoek niet zitten en meende het aldus beter te weten dan een econometrist die onderzoek deed in staathuishoudkunde). Kernpunt echter is dat psychometristen wel een training hebben in empirisch onderzoek: zij *hadden moeten beseffen* dat je geen empirie kunt onderzoeken zonder naar het onderwerp te kijken, in dit geval onderwijs aan wiskunde. Hadden zij dit gedaan, dan zouden ze denkkelijk op dezelfde problemen gestuit zijn als ik (en was EWS deels overbodig geweest), cq. dan had dit RRO / RWO niet zoveel ruimte gehad om het onderwijs te laten verloederen. (Blijft staan dat we de huidige situatie alleen kennen dankzij CITO, want wiskundigen toonden überhaupt geen interesse in statistiek.) Voor de toekomst moet aan CITO de eis worden gesteld dat toetsmedewerkers niet alleen theorie van toetsen kennen maar ook didactieken van het onderhavige vakgebied. Mutatis mutandis voor de Inspectie.
 - (iv) Wanneer KNAW-commissie-voorzitter Jan Karel Lenstra zelf onbekwaam is t.a.v. didactiek van wiskunde (en benoemd is via een onder-onsje met collega Operations Researcher wiskundige Alexander Rinnooy Kan), dan is hij ook niet in staat om de psychometristen hier te corrigeren. De cirkel is hier rond, van onbekwamen die zich gezamenlijk een bekwaamheid aanmeten. Lenstra pleegt een inbreuk op de wetenschap door niet op de kritiek te willen reageren.
<http://thomascool.eu/Papers/Math/2014-07-22-Aan-KNAW-LOWI-tav-Jan-Karel-Lenstra.html>
- (6) Momenteel is er een onverantwoord experiment op kinderen t.a.v. het onderwijs in rekenen. In de wetenschap zijn er strenge protocollen t.a.v. experimenten op mensen en dieren, en de ideologen van FHWRWI en "traditionelen" (Jan van de Craats, Stichting Goed Rekenonderwijs) laten het gebeuren: <http://www.wiskundebrief.nl/721.htm#5>
- (a) Het bestuur van de NVWV zou geacht mogen worden deze wiskundebrief te lezen, maar heeft niet gereageerd.
 - (b) Sterker nog, dit bestuur schrijft de staatsecretaris met voorbijgaan aan deze problematiek: <http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/2016-03-12-Brief-aan-TK-cieOCW-onderwijs-wiskunde-rekenen-rekentoets.pdf>
- (7) In 2014 is mij ook gebleken dat Hans Freudenthal (1905-1990) fraude heeft gepleegd t.a.v. het werk van diens promovendus Pierre van Hiele (1909-2010), zie: <http://www.wiskundebrief.nl/718.htm#7> Hierop kwam een reactie van Henk van der Kooij die op de man speelde (weliswaar geen naam noemend, maar ieder kan het bedenken):

<http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/2016-03-11-Henk-vd-Kooij-Freudenthal-VanHiele.pdf>

- (8) Zoals in mijn boeken uitgelegd staat wordt daarin een diagnose gegeven met indicatie van oplossingsrichtingen, en is nader empirisch onderzoek nodig voor daadwerkelijke verbetering in het onderwijs in wiskunde.
- (a) Mijn opstelling is die van de bescheiden wetenschapper die de beperkingen van empirisch onderzoek kent.
 - (b) Wel adviseer ik de oprichting van een Simon Stevin Instituut juist omdat dit nodig is om het klimaat voor zulk onderzoek te scheppen. Het huidige veld van onderwijs en onderzoek is verziekt door de ideologen en de "dirty math war", met doodzwijgen, misrepresentatie, op de man spelen.
<https://boycottholland.wordpress.com/2015/10/31/the-power-void-in-mathematics-education>
 - (c) Ik schrijf om verschillende redenen niet voor wetenschappelijke tijdschriften. Een belangrijke reden vormen de wonderlijke regels t.a.v. copyrights. Een andere reden is dat een artikel niet voldoende ruimte biedt voor complexe materie, zodat een boek beter is. Inderdaad geeft een boek een groter tijdsbeslag voor lezers, maar ik zou een boek niet schrijven en aanbevelen wanneer het niet nuttig was.
 - (d) Het soort onderzoek dat ik doe valt bij NWO / NRO onder de categorie "fundamenteel onderwijs – samenhangende projecten", waarvoor men wonderlijk genoeg een eis stelt die niet relevant is en waaraan ik als niet-gepromoveerd leraar wiskunde niet voldoe: "U kunt alleen een vooraanmelding indienen als u een gepromoveerde onderzoeker bent met een vaste aanstelling aan een Nederlandse (para)universitaire instelling." <http://www.nwo.nl/financiering/onze-financieringsinstrumenten/nro/programmaraad-voor-fundamenteel-onderzoek---samenhangende-onderzoeksprojecten/programmaraad-voor-fundamenteel-onderzoek---samenhangende-onderzoeksprojecten.html>
 - (e) Het is onjuist wanneer onderzoekers van het onderwijs naar wiskunde of leraren-opleiders niet naar deze boeken van me verwijzen of alleen verwijzen met misrepresentatie en spelen van de man. Wanneer wetenschappelijke onderzoekers verwijzen naar besprekingen door Limpens of Spandaw als argument om mijn boeken verder te negeren, dan dienen zij toch eerst te protesteren tegen de misrepresentatie en het spelen van de man in plaats van de bal. Laten de gunstige recensies daartoe een aansporing zijn. Resteert de conclusie, hierboven reeds genoemd, dat onderzoekers aan onderwijs in wiskunde in gebreke zijn gebleken. Enkelen zijn aantoonbaar onbetrouwbaar gebleken.
 - (f) Men moet zaken niet vaag houden maar man en paard benoemen. De Bijlage noemt voorbeelden van Jan van de Craats en FHWRWI-directeur Jan van Maanen, die eerst positief in gesprek lijken te willen treden maar daarna gaan doodzwijgen. Andere gevallen staan hier <http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/Index.html> en hier <http://thomascool.eu/Papers/Math/Index.html> en hier <http://thomascool.eu/Papers/BHRM/Index.html>

Bijlage. Van de Craats en Van Maanen zijn positief t.a.v. een deel van mijn werk

Overgenomen van pagina 5 van <http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/2016-01-31-Enkele-emails-rekentoets-psychometrie.pdf>

Ik zal niet verwijzen naar Jan van de Craats en Jan van Maanen als autoriteiten die op hun woord kunnen worden geloofd. Zij hebben wel enige naam gemaakt in deze discussie. De volgende twee citaten van Jan van de Craats en Jan van Maanen zijn nuttig. Deze twee auteurs schreven het onderstaande niet met het oog op publicatie, en ik bied mijn verontschuldiging voor het citeren. Ik moet echter wel op deze wijze citeren want mij is niet

bekend of, en zo ja waar, Van de Craats of Van Maanen **op normaal citeerbare wijze** hebben geschreven over wat zij in mijn werk van belang achten, of welke tegenargumenten zij zien. Ik houd me aanbevolen voor wie zo'n citaat kent.

(1) Jan van de Craats schrijft me op 12 november 2008, ik citeer alleen een passage uit een langere email:

"Dank voor uw mail. Uw artikel "De wenselijkheid van een parlementair onderzoek ..." heb ik met belangstelling gelezen (ik was er nog niet eerder aan toegekomen). Er staat veel in waar ik het volledig mee eens ben, bijvoorbeeld uw aanval op de 'gemengde' breukennotatie, decimale punt versus decimale komma, uw pleidooi voor vectoren in het voortgezet onderwijs, standaardnotatie voor de vergelijking van een rechte lijn, functienotatie, uw opmerkingen over de kansrekening, 'zuivere dobbelsteen', uw kritiek op de grafische rekenmachine, etc., etc. Ook uw opmerkingen over de bestaande kaste van vrijgestelde, goed verdienende wiskunde-didactici heb ik met instemming gelezen." (Geciteerd in Colignatus (2015k).)

(2) Jan van Maanen schrijft me op 22 oktober 2009, ook een deel-citaat:

"2. Ik denk dat het Freudenthal Instituut zou kunnen profiteren van je principiële denkwerk over inhoud, doel en werkwijze van de wiskunde. Ik baseer me daarbij op de kwaliteit van je notitie "Proportions and fractions" van 12 juli. Op de inhoud, waarover we eigenlijk nauwelijks gesproken hebben, valt nog wel wat aan te merken, maar dat is nu niet zo van belang. Het doordenken waar anderen al ruim opgehouden zijn met denken bevalt me aan het stuk." (Geciteerd in Colignatus (2015y1) p62.)

Wie nu samenwerking verwacht komt bedrogen uit. Inmiddels heb ik voor Van de Craats en Van Maanen vastgesteld dat zij inbreuk plegen op de integriteit van wetenschap, ieder om verschillende redenen, zie de aangehaalde bronnen bij de citaten, en zie Colignatus (2015o) over de beperkte definitie van ALLEA / KNAW t.a.v. integriteit van wetenschap.

[Aanvulling 12 april 2015: Laat ik hier ook de gehele emails geven:

Colignatus (2015k) geeft het hele email van Van de Craats:
<http://thomascool.eu/Papers/Math/2015-09-15-Breach-by-Jan-van-de-Craats-and-Ben-Wilbrink-wrt-scientific-integrity.html#3emails>

Genoemde link geeft niet mijn antwoord-email waarop Van de Craats vervolgens niet reageert.

Waar Van de Craats bedenkingen oppert is zoiets alleszins redelijk. Het gaat er nu om dat hij zich voor discussie afsluit. Bilateraal discussiëren kan nuttig zijn maar men moet zich dan niet voor argumenten afsluiten. Uiteindelijk is ook openbaarheid relevant. Zeker wanneer Van de Craats zich voor discussie afsluit, had hij zijn reactie **op normaal citeerbare wijze** moeten geven (bijv. op zijn website), zodat ik anderen vanaf 2008 op normale wijze had kunnen wijzen op zijn reactie en beperkingen daarin.

Mutatis mutandis geeft Colignatus (2015y1) p62 het email van Van Maanen:
<http://thomascool.eu/Papers/BHRM/2015-10-28-Malconduct-VanBerkel-VanMaanen-Goedhart-LB-VG.pdf>

]