

# Het verschil tussen wiskunde en "wiskunde" verklaard. Wat parlement en commissie Onderwijs2032 nog niet inzien

Thomas Colignatus  
14 - 20 oktober 2015  
<http://thomascool.eu>

## Samenvatting

In onderwijs is er verschil tussen *Wat* en *Hoe*. Het parlement bepaalt *Wat* en de docenten bepalen *Hoe*. In het *Wat* is er verschil tussen wiskunde en "wiskunde". Het parlement wil wiskunde maar krijgt "wiskunde". Wiskundigen zijn opgeleid tot abstract denken en niet tot empirische wetenschap. Komen zij voor de klas dan zijn daar reëel bestaande leerlingen, en zij lossen hun cognitieve dissonantie op door vast te houden aan een traditionele "wiskunde". Er zijn meer problemen: wetenschappelijke fraude door wiskundige Hans Freudenthal (1905-1990), falend onderwijs in wiskunde en rekenen, een collectieve inbreuk op de integriteit van wetenschap t.a.v. het onderzoek naar het onderwijs in wiskunde, inbreuk op de wetenschappelijke integriteit ook door wiskundige Jan van de Craats sinds 2007, rammelend onderzoek door psychologen en wetenschappelijk wangedrag door psycholoog Ben Wilbrink. Het Freudenthal Hoofd in de Wolken Realistische Wiskunde Instituut te Utrecht is op te heffen. De Stichting Goed Rekenonderwijs (SGR) deugt ook al niet. Er is een noodzaak van een parlementair onderzoek (al vastgesteld in 2008 maar dit worde beter een enquête) en er is een noodzaak van een Simon Stevin Instituut (SSI) (ook al vastgesteld in 2008). Het SSI zorgt voor: (a) wiskunde in plaats van "wiskunde, (b) opvulling van het manco aan een besluitvormingsstructuur voor het Hoe (afstemming met vrijheid), (c) een bevrijding van de dominantie van abstract denkende (en wangedragende) wiskundigen. De conclusie uit 2008 tot een parlementair onderzoek blijkt vaak afgewezen door een fundamenteel wantrouwen tegen het parlement. Het parlement mag zich afvragen waarom mensen dan niet meer in de reëel bestaande democratie geloven. (De "kroonjuwelen" van D66 zijn volksoplichterij, misschien kon Hans van Mierlo al in 1966 niet goed rekenen ? <sup>1</sup>) Dit artikel is ook voor wiskundigen interessant want het bevat formules en berekeningen. (We blijven spreken over wiskundigen in plaats van "wiskunde"-igen.)

Inleiding	2
De rekenkunde	5
De fraude	8
Conclusie 1: Een parlementair onderzoek	11
Conclusie 2: Een Simon Stevin Instituut	11
Bijlage A: Organogram voor het onderwijs in wiskunde	13
Bijlage B: Wiskundig afschaffen van breuken (oude notatie)	14

Tabel op pagina 5:

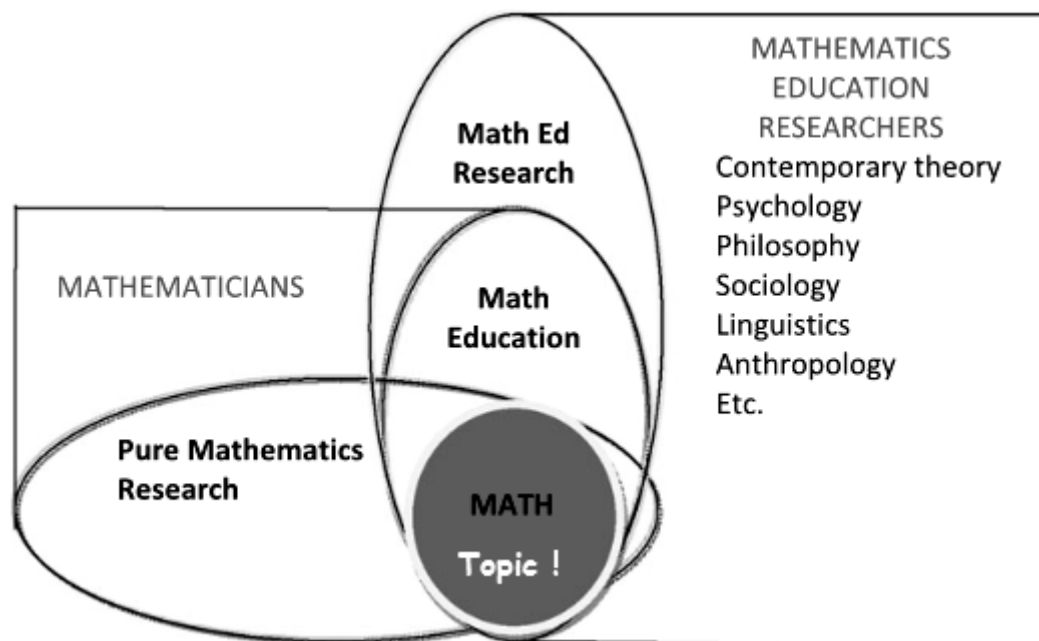
	<i>Wiskunde (empirici, ingenieurs)</i>	<i>"Wiskunde" (wiskundigen)</i>
<i>Nieuw</i>	Neoklassiek: $2 + 2^H$	"21 <sup>st</sup> century skills" (vooral oude wijn)
<i>Oud</i>	Klassiek: $2 + \frac{1}{2}$	Traditioneel: $2\frac{1}{2}$ "Realistische wiskunde": verdoezelen

<sup>1</sup> <http://thomascool.eu/SvHG/LDZO/Index.html>

## Inleiding

Norma Presmeg maakte het volgende schema.<sup>2</sup> Wiskundigen, die zich met *wiskunde* bezighouden, kunnen verschillen van wiskundeleraren, die zich met *onderwijs* bezighouden, en die kunnen ook weer verschillen van wetenschappers die *onderzoek* aan dat onderwijs in wiskunde doen. Aan haar schema voeg ik toe dat het nog per onderwerp (topic) kan verschillen. Er is verschil tussen rekenen op de basisschool en algebra daarna. De verwarring kan groot zijn. En dan is er nog de kwestie van wiskunde versus "wiskunde", waar zij minder alert op lijkt te zijn. We blijven spreken over wiskundigen in plaats van "wiskunde"-igen.

Diagram door Norma Presmeg in Fried & Dreyfus (2014:46) met "Topic !" amendment



Ikzelf ben econometrist en eerstegraads bevoegd leraar economie (Groningen 1982), eerstegraads leraar wiskunde (Leiden 2008), en onderzoeker van dat onderwijs in economie en wiskunde (ook via een combinatie daarvan).<sup>3</sup> Ik ben dus niet bevoegd voor onderwijzer in het primair onderwijs, zodat ik me alleen richt op waarvoor ik bevoegd ben. (Voor rekenen t.a.v. de toets voor het VO en als suggestie om na te denken door bevoegden PO.)

In 2014 bleek me dat Hans Freudenthal (1905-1990) wetenschappelijke fraude heeft gepleegd. Er waren onheuse en gezochte aanvallen op mijn werk en persoon, en die heb ik nu van antwoord voorzien door artikelen te verzamelen en bij te werken tot een paar boeken, met name een tweede uitgave van *"Elegance with Substance"* (2009, 2015) en het nieuwe *"A child wants nice and no mean numbers"* (2015), pdfs online, zodat ik met wat meer rugdekking kan uitleggen wat er aan de hand is.

De Tweede Kamer volgt de Commissie Dijsselbloem (2007-2008) die oordeelde dat beleidsmakers bepalen **Wat** er onderwezen moet worden en dat docenten bepalen **Hoe** het gebeurt: de didactiek. Het verschil tussen **Wat** en **Hoe** is weergegeven via een **organogram** voor het onderwijs in wiskunde, zie **Bijlage A**. Het organogram staat apart omdat de uitleg met de pijlen tamelijk lastig is. Je kunt er wel helder zien dat er voor **Wat** een heldere beslissingsstructuur is, met het parlement aan de top van de piramide, maar dat er voor het **Hoe** versplintering bestaat. In die versplintering (chaos, jungle) is een grote rol weggelegd voor wiskundigen die evenwel weinig zicht hebben op de empirie van onderwijs.

<sup>2</sup> <https://boycottholland.wordpress.com/2015/10/15/pierre-van-hiele-and-annie-selden/>

<sup>3</sup> <http://thomascool.eu/Papers/Math/Index.html>

Wiskundigen worden opgeleid tot **abstract denken** terwijl onderwijs een **empirische zaak** is. Dit veroorzaakt het onderscheid tussen **wiskunde** en "**wiskunde**". Het schema van Norma Presmeg suggereert dat wiskundigen en leraren wiskunde het eens zijn over welke wiskunde er wordt gegeven, en dat er alleen verschil zou kunnen zijn t.a.v. didactiek door docenten en wiskunde-onderzoek door hoogleraren en promovendi wiskunde. Maar abstract denkende wiskundigen zijn getraind in (traditionele) "wiskunde", terwijl didactiek toch aandacht vraagt voor empirie vraagt: en dan aanleiding geeft tot (echte) wiskunde. Zie een voorbeeld in de hiernavolgende sectie over de rekenkunde. Wanneer wiskundigen eerst tot abstract denken zijn opgeleid en daarna verder gaan als wiskundeleraar, kunnen ze niet omgaan met de empirie, en houden ze vast aan wat zij kennen: (traditionele) "wiskunde".

Het kernprobleem is derhalve:

*Beleidsmakers bepalen terecht dat **wiskunde** gegeven moet worden, maar de tot abstract denken opgeleide wiskundigen, met dergelijke wiskundeleraars, geven vervolgens zgn. "**wiskunde**".*

In de periode 1957-2015 zien we: Wetenschappelijke fraude door *wiskundige* Hans Freudenthal (1905-1990), falend onderwijs in wiskunde en rekenen (met veel "wiskunde" maar ook falende didactiek), inbreuk op de wetenschappelijke integriteit door *wiskundige* Jan van de Craats na 2007, rammelend onderzoek door *psychologen* die onvoldoende weten van didactiek van wiskunde, wangedrag door *psycholoog* Ben Wilbrink, de noodzaak van een parlementair onderzoek (al vastgesteld in 2008), en de noodzaak van een **Simon Stevin Instituut** (SSI) dat orde in de chaos brengt (al vastgesteld in 2008). Het SSI heeft:

- (a) wiskunde in plaats van "wiskunde"
- (b) een besluitvormingsstructuur voor het *Hoe* (met vrijheid maar eindelijk ook afstemming)
- (c) een bevrijding van de dominantie van abstract denkende wiskundigen.

<b>Wat</b> \ <b>Hoe</b>	<i>Goede didactiek</i>	<i>Slechte didactiek</i>
<i>Wiskunde</i>	Simon Stevin Instituut (SSI) Pierre van Hiele (1909-2010)	Geen SSI
" <i>Wiskunde</i> "	Jan van de Craats hoopt dit, maar is hier niet voor opgeleid	Fraude door Hans Freudenthal (1905-1990)

De hoofdreden voor de ellende is dat het parlement teveel waarde hecht aan uitspraken van *wiskundigen*, en dezen teveel macht geeft. Het is bizar hoe weinig wiskundigen van onderwijs in wiskunde en het onderzoek daarnaar te begrijpen. Dat wiskundige Freudenthal ook nog fraude pleegde moeten we als uitzonderlijk zien maar dat hij als wiskundige chaos veroorzaakte is geen uitzondering. Wiskunde Jan van de Craats doet het sinds 2007 ook. Wiskundige Jan Karel Lenstra eveneens, die met het KNAW-rapport van 2009 probeerde te bemiddelen tussen het Freudenthal Hoofd in de Wolken Realistische Wiskunde Instituut te Utrecht en Jan van de Craats met "Stichting Goed Rekenonderwijs", en de ellende zo alleen maar erger maakte.

Een probleem is ook dat wiskundigen niet kunnen omgaan met kritiek (als er geen formules staan). Afhankelijk van het persoonlijk temperament gaan ze doodzwijgen, schelden, liegen en lasteren.

Wanneer ieder nauwgezet zijn werk deed en op tijd manco's signaleerde dan had verloedering voorkomen kunnen worden. Wanneer ieder netjes inging op kritische vragen dan hadden we al verbetering gehad. Wanneer er echter een cultuur bestaat waarin je slordig mag zijn en fouten verdoezelen en vragen ontwijken, dan cumuleert het tot giga-verloedering. Het parlement kan op zijn vingers ((150 + 75) maal 10 minus empirische schade) uittellen dat de verloedering **blijft voortduren** wanneer het niet ingrijpt en de zaak op orde brengt.

De verloedering bewijst reeds het bestaan van een verkeerde cultuur, en met die verkeerde cultuur zal het onderwijs in wiskunde en rekenen *voortdurend* een etterende wond in de samenleving blijven. In 2008 adviseerde ik tot een parlementair onderzoek en de vorming van een Simon Stevin Instituut. Sindsdien zijn de argumenten daarvoor alleen maar sterker geworden. Sinds 2008 constateer ik dat wiskundigen doodzwijgen of lasteren en dat psychologisch onderzoek kan rammelen. We zijn zeven jaar verder.

De conclusie uit 2008 tot een parlementair onderzoek blijkt vaak afgewezen door een fundamenteel wantrouwen tegen het parlement. Het parlement mag zich afvragen waarom mensen dan niet meer in democratie geloven. (De "kroonjuwelen" van D66 zijn volksoptocht, misschien kon Hans van Mierlo niet goed rekenen ? <sup>4</sup>) Opmerkelijk genoeg hechten mensen meer vertrouwen aan wiskundigen die hun kinderen slecht onderwijs geven.

Freudenthal's "*realistische wiskunde*", met het "*realistisch rekenen*" dat nu zoveel problemen veroorzaakt, is gebaseerd op twee soorten wetenschappelijk wangedrag. Voordat ik deze bespreek wil ik eerst iedereen vragen het oog op de bal te houden: **beter onderwijs in wiskunde en rekenen**. Het gevaar bestaat dat iedereen zich op Freudenthal's fraude stort maar de prioriteit is het onderwijs en het onderzoek daarvan.

Laat ik me hieronder tot het rekenen beperken. Laat ik eerst aangeven wat beter kan, en pas daarna de fraude van Freudenthal bespreken. Die twee zaken hangen wel met elkaar samen. De onwil om Freudenthal's fraude te onderkennen verklaart deels de hardnekkigheid van de secte die gelooft dat Freudenthal ooit de waarheid onthulde van een didactiek, die echter aantoonbaar niet werkt.

Er is een internationale dimensie. Hans Freudenthal heeft de "realistische wiskunde" geëxporteerd. Sommige ideeën stuiten via USA en OECD terug naar Nederland. Via de Onderwijs2032-commissie <sup>5</sup> van Paul Schnabel kom ik via de OECD terecht bij de "21st century skills" van Charles Fadel, die de retorische vraag stelt of de staartdeling ("long division") niet moet worden afgeschaft. Fadel heeft een bachelor in electronica en een MBA in internationale marketing, maar is blijkbaar handig in netwerken. <sup>6</sup>

De Onderwijs2032-commissie is onder de indruk van de problemen in het onderwijs en wil ruimte scheppen voor kansen voor de toekomst, onder meer door vakken samen te voegen tot thema's die dan ook weer "vakken" worden genoemd. Deze commissie maakt dezelfde denkfout als Freudenthal. Freudenthal sprong meteen naar de toepassing van wiskunde, en vergat dat je eerst wiskunde moet leren voordat het kunt toepassen. Op dezelfde wijze moet je eerst het vak natuurkunde leren voordat je dit kunt toepassen op zo'n thema. Maar de commissie wil dat je meteen natuurkunde gaat toepassen in het thema "Natuur, leven, technologie", met als gevolg dat kinderen helemaal verdwaald raken. Ik schreef eerder dat Paul Schnabel als wetenschapper niet te vertrouwen is (en dan wel als bestuurder ?). <sup>7</sup>

Het probleem is overigens veel groter dan alleen het rekenen. Door aansluitingsproblemen tussen secundair (MBO, VO) en tertiair onderwijs (HBO, WO) hebben sommigen instaptoetsen ingevoerd. Wim Caspers rapporteerde op 2015-09-13 over de technische universiteiten (Delft, Eindhoven, Twente). <sup>8</sup> Over tig (tien) jaar geleden: "Gemiddeld werd nog niet de helft van de vragen juist beantwoord." Anno 2015: "op alledrie de technische universiteiten hebben de toetsen doorgaans een plaats gekregen binnen het eerste wiskundevak. Deze universiteiten bieden op verschillende manieren een aanlooptraject." Is dit een kromme manier om alleen maar te zeggen dat de digitale techniek van het toetsen bredere ingang heeft gevonden ? Of bedoelt hij te zeggen dat de eerdere instaptoets ook *regulier* onderwijs is geworden, met verschuiving van secundair naar tertiair, en verlaging van

<sup>4</sup> <http://thomascool.eu/SvHG/LDZO/Index.html>

<sup>5</sup> <http://onsonderwijs2032.nl/wp-content/uploads/2015/09/Hoofdlijn-advies-Een-voorstel-Onderwijs2032.pdf>

<sup>6</sup> <http://oecdeducationtoday.blogspot.nl/2012/05/what-should-students-learn-in-21st.html>  
<http://onsonderwijs2032.nl/advies/>

<sup>7</sup> <http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/2015-09-24-Brief-aan-Lex-Borghans.html>

<sup>8</sup> <http://www.wiskundebrief.nl/711.htm#2>

beide niveaus ? Met omzwaaiers na een jaar technisch studeren ? Helaas zegt Caspers daar niets over: misschien valt zo iets ook moeilijk vast te stellen. Tevens: "De gemiddelde scores liggen, variërend per studierichting, inmiddels zo rond de 70%." Maar dat is dus weer moeilijker vergelijkbaar wanneer het gaat om een mix van oud en nieuw. Mijn conclusie is vooral dat de aansluitingsproblemen nog niet zijn opgelost.

In 2008 & 2009 schreef ik oorspronkelijk over wiskunde in het algemeen. Door die aandacht vooral voor het rekenen heb ik daar ook een beetje naar gekeken. Als leraar VO komt ook die rekentoets op je af. Er is daar nu meer aandacht voor. Dus het is nu pragmatisch om vooral iets over het rekenen te zeggen. Maar het gaat om onderwijs in wiskunde in het algemeen.

Van honden is bekend dat er valse honden bestaan. Als het goed is krijgen die een spuitje. Bij mensen zijn er misdadigers en gevangenen, maar er zijn ook mensen die zich aardig voordoen maar dat stiekem helemaal niet zijn. Zij die niet tegen kritiek kunnen gaan doodzwijgen, schelden, liegen en/of lasteren. Zij kunnen een schade aanrichten die erger is dan een gewone diefstal of bankfraude. Maar een wiskundige moet je kunnen houden aan het schema van **definitie, stelling, bewijs**, en op deze manier kan het forum der mensheid beter nagaan of die wiskundige zich gedraagt of vals blijkt en je kindje uit de wieg pakt en slecht onderwijs in wiskunde en rekenen geeft.

## De rekenkunde

Rekenen is sinds de ontwikkeling van het decimale stelsel met Simon Stevin (1548-1620)<sup>9</sup> helemaal uit-ontwikkeld. Met een beperkt aantal bewerkingen kun je alles, zie Van der Plas (2008), die echter helaas het machtsverheffen niet meeneemt.<sup>10</sup> Er is nog enige discussie over haakjes en voorrangeregels (Meneer van Dalen wacht op antwoord) omdat rekenmachines goedkoop kunnen zijn uitgevoerd. Maar er is geen discussie over de inhoud. Laten we dat "klassiek" noemen. Een probleem is wel de traditionele notatie van  $2\frac{1}{2}$  dat gelezen kan worden als 2 maal  $\frac{1}{2}$  (zoals  $2\sqrt{2}$ ). Klassiek is het beter om  $2 + \frac{1}{2}$  zo te laten staan, het is immers ook "twee-en-een-half". Pierre van Hiele (1973) keek naar de mogelijkheid breuken af te schaffen door meteen met machten te werken. Nieuw uit 2014 is de notatie  $x^H = 1/x$ , uit te spreken als "per x".<sup>11</sup> Onderstaande tabel geeft de onderscheidingen weer, en **Bijlage B** bevat een voorbeeld van het werken met  $H$  ("eta").

	<i>Wiskunde (empirici, ingenieurs)</i>	<i>"Wiskunde" (wiskundigen)</i>
<i>Nieuw</i>	Neoklassiek: $2 + 2^H$	"21 <sup>st</sup> century skills" (vooral oude wijn)
<i>Oud</i>	Klassiek: $2 + \frac{1}{2}$	Traditioneel: $2\frac{1}{2}$ "Realistische wiskunde": verdoezelen

Tegenover deze helderheid staat een *blijkbaar bewust chaotisch gemaakte* discussie over didactiek (er is wiskundig-didactisch geen reden voor). Er zijn de volgende heldere punten:

- (1) dat je rekenen beter leert op de leeftijd van 4-8 jaar dan op 14-18 jaar
- (2) dat het getalbegrip op jonge leeftijd wordt belemmerd door de huidige *uitspraak* van getallen.<sup>12</sup> Voor die 21 zegt Nederland "een-en-twintig" en Engeland "twenty-one". De vertraging in het getalbegrip die zo ontstaat kan beter worden aangepakt met een wiskundige uitspraak van getallen, dan door allerlei didactische omwegen. In 1950 ging Noorwegen over naar de structuur in de Engelse uitspraak. Er is geen goede reden waarom Nederland dat niet zou doen. Zie het pamflet "*Tellen en rekenen met tig*" (2015)

<sup>9</sup> Ik ontvang graag een dubbeltje van wie het niet uitspreekt als STEvin.

<sup>10</sup> <http://www.liesbethvanderplas.nl/rekenvaardigheid-in-relatie-tot-wiskunde/>

<sup>11</sup> <https://boycottholland.wordpress.com/2014/09/04/with-your-undivided-attention/>

<sup>12</sup> [http://www.joop.nl/opinies/detail/artikel/13511\\_algemeen\\_beschaafd\\_rekenen/](http://www.joop.nl/opinies/detail/artikel/13511_algemeen_beschaafd_rekenen/)

- <sup>13</sup> of dit artikel over een internationale standaard. <sup>14</sup> Laten ouders van kleuters dat pamflet bekijken en het bespreken met hun scholen
- (3) dat er een verschil is tussen het *leren van wiskunde*, wat van concreet naar abstract gaat, en het *toepassen van wiskunde* die je al kent (op contexten zoals geld of klokkijken)
  - (4) dat CITO dat verschil dan ook moet toetsen om te weten waaraan gewerkt moet worden
  - (5) dat je de tafels tot en met tig (tien) uit het hoofd moet kennen, of je ze "begrijpt" of niet, omdat je ze toch moet kennen voordat je ze kunt "begrijpen", want je hebt ze nodig voor begrip van ingewikkelder bewerkingen. Dat deze tafels helemaal niet moeilijk zijn om uit het hoofd te leren vergeleken met alles wat al uit het hoofd geleerd moet worden
  - (6) dat algebra in het vervolgonderwijs steunt op *klassiek* rekenen. Wie de klassieke algorithmen niet kent, krijgt problemen met algebra. (Onvoldoende zijn "rekenen" in de zin van het juiste antwoord vinden of "gebruik van rekenmachine".)
  - (7) dat bij CITO rekentoets ongeveer 40% zonder rekenmachine is, maar niet klassiek gedaan hoeft te worden (maar bijv. met happen), en dat 60% met een rekenmachine is: zodat *beide toetsen* wat anders toetsen dan klassiek rekenen. Getoetst worden dan vooral leesvaardigheid en handigheid met de rekenmachine. Dus: er wordt nu niet of maar karig getoetst op pure wiskunde, en het hele proces van onderwijs en toetsen dient niet ter voorbereiding op later gebruik van algebra
  - (8) dat de huidige referentie-niveaus zich beperkten tot F, en dan onvoldoende zijn t.a.v. niveau S, en wel door de "blunder" van Victor Schmidt (SLO) en acceptatie daarvan door het ministerie, <sup>15</sup> zodat er toch weer aansluitingsproblemen zijn met HBO en WO
  - (9) dat ook de klassieke rekenkunde zich richt op het verwerven van *inzicht*, zie het proefschrift van Pierre van Hiele uit 1957 voor wat onder inzicht wordt verstaan (en de niveaus daarin). Het beheersen van de klassieke algorithmen is alleen een basis. Vanzelfsprekend gaat het erom gevoel voor getallen en hoeveelheden te ontwikkelen. Vervolgens ook bewijzen doen. Vanuit dat inzicht kun je ook rekentrucs toepassen, zoals  $1003 - 996$  reduceren tot  $3 + 4 = 7$  wanneer je daarvoor in de stemming bent. (Een misvatting van het "realistisch rekenen" is dat je begint met zulke trucs en dan de klassieke regels "herontdekt": maar zo werkt dat niet, zeker niet voor zwakke leerlingen. Zie Kirschner et al. (2006). <sup>16</sup>)

Er zijn ook de volgende (beleids-) punten:

- (a) dat de empirie de logica van de klassieke rekenkunde bevestigt, en de "realistische" aanpak verwerpt die tot stand kwam zonder naar empirie te kijken. Zie het proefschrift van Hickendorff (2011:221) (maar zie kritiek hieronder): <sup>17</sup>

"The present results implied that these differences have diminished and disappeared at the end of primary school, however, this does not preclude that students with low verbal abilities had more difficulties to obtain the same performance level on contextual problem solving as on numerical problem solving. Therefore, we still plead for a more balanced approach to mathematics education and testing, involving both bare numerical problems for computational fluency, as well as problems in a realistic context to apply these computational skills in real-life settings."
- (b) dat de overheid ervoor kiest 4.000 leraren wiskunde met een rekentoets in vmbo, mbo en vo op te zadelen, in plaats van bijscholing te geven aan 150.000 onderwijzers. Dit is aan het einde van de rit terwijl de problemen heel in het begin worden veroorzaakt. Waardoor kinderen dus veel schade ondervinden: leerproblemen, angst voor wiskunde en rekenen, geen toegang tot algebra, dus een lagere vervolgopleiding, en voor de rest van het leven getalbegripsmatig gehandicapt. Misschien is de situatie zo erg dat vele onderwijzers niet eens weten dat er klassieke algorithmen bestaan. Laat de minister dan voor bijscholing een beroep doen op universitaire docenten met een kwantitatief vak. Heel veel van deze docenten zullen het leuk vinden om onderwijzers bij te scholen en dan in de klas komen kijken of het goed gedaan wordt
- (c) dat de situatie al decennia slecht is zodat in 2007 de "noodklok" werd geluid

<sup>13</sup> <http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/Voorbeeld.html>

<sup>14</sup> <http://thomascool.eu/Papers/NiceNumbers/2015-09-02-Numbers-Need-for-a-standard.pdf>

<sup>15</sup> [https://staff.science.uva.nl/j.vandecraats/Mails\\_aan\\_Victor.pdf](https://staff.science.uva.nl/j.vandecraats/Mails_aan_Victor.pdf)

<sup>16</sup> [http://www.cogtech.usc.edu/publications/kirschner\\_Sweller\\_Clark.pdf](http://www.cogtech.usc.edu/publications/kirschner_Sweller_Clark.pdf)

<sup>17</sup> <https://openaccess.leidenuniv.nl/handle/1887/17979>

- (d) dat het bizar is dat leraar wiskunde en kamerlid Paul van Meenen (D66) voor de toets zakt: "*Dit is geen rekenen en ik kan het weten als wiskundeleraar*" (RTL 10 feb 2015)<sup>18</sup> (Joop.nl).<sup>19</sup> Waar is CITO sinds 2007 mee bezig ? Of is Van Meenen nu eerder politicus dan leraar wiskunde ?
- (e) dat het lastig is om een tanker bij te sturen, maar *het helpt wanneer je het roer gebruikt*. Het is dan wel zaak om de juiste diagnose stellen. Het is van belang te letten op de wiskundigen zelf, zoals Hans Freudenthal, Jan van de Craats, Paul van Meenen. Leveren zij wiskunde of zgn. "wiskunde" ?
- (f) dat er nu een **commercieel experiment** op kinderen wordt uitgevoerd, met enerzijds de "realistische" methodes en anderzijds sinds 2010 de lesmethode "Reken Zeker" van onderwijzers Arjen de Vries en Piet Terpstra, met ondersteuning van Jan van de Craats en de Stichting Goed Rekenonderwijs (SGR). Genoemde onderwijzers zijn op leeftijd en hebben zich uit de discussie teruggetrokken, en verdienen lof dat zij zich tegen de "realistische" intimidatie staande hebben gehouden (alsmede van de Inspectie van het Onderwijs die de "realistische" methode voorschreef !). In een **wetenschappelijk experiment** wordt de proef stilgezet zodra duidelijk is dat een methode beter is, zodat alle proefpersonen de beste methode kunnen krijgen. Hoe is dat hier geregeld ? Niets van dat alles. *Ook uitgeverij Noordhoff heeft nog niet gereageerd op mijn vraag van 21 september jl. hoe men tegen het huidige commerciële experiment aankijkt*. Mogelijk ziet men het als een verantwoordelijkheid van de onderwijzers, maar geeft Noordhoff dan wel verantwoorde informatie aan die onderwijzers? Auteurs De Vries en Terpstra hadden praktijkervaring maar waren geen wetenschappers, en zijn nu niet meer aanspreekbaar, en SGR is geen wetenschappelijk instituut. In aangehaald proefschrift van Hickendorff over de CITO-eindtoets is te zien dat de methoden in bepaalde uitkomsten "weinig verschillen", zoals ze stelt. Er is echter ook deze kritiek op zo'n "conclusie" dat de verschillen meevallen: wanneer een rekensom op twee manieren tot een goede uitkomst leidt, dan kan de "realistische" methode toch ondeugdelijk zijn voor de ontwikkeling van algebraïsch inzicht. Hickendorff is psychologe en geen vakdidactus wiskunde, en haar beperkte redenering kan lezers op het verkeerde been zetten. (En misschien is het flauw, maar toch: hoe wordt  $x = 2 + \frac{1}{2}$  nu getoetst, als  $x = 2\frac{1}{2} = 1$  ? In het handschrift van de leerlingen kan het snel fout gaan, met iets teveel ruimte tussen de symbolen bijvoorbeeld.)

Ander falen van psychologen is t.a.v. de uitspraak van getallen en het getalbegrip, een van de cruciale bronnen voor moeilijkheden in het leren rekenen.<sup>20</sup> Het is bizar dat men onderzoek aan onderwijs in wiskunde doet zonder goed geschoold te zijn in didactiek van wiskunde.

De kernconclusie is dat wiskundigen de kernverstoring veroorzaken: Freudenthal, Van de Craats, en de hunnen. De bijrol is voor de psychologen die weinig van wiskunde-didactiek weten en wellicht achter een zelf-gekozen wiskundige aanlopen. Zie ook deze bespreking n.a.v. Gerald Goldin (2003), die als wiskundige kritiek heeft op de pedagogen en psychologen, maar die dus de eigen rol van de wiskundigen onvoldoende ziet.<sup>21</sup>

T.a.v. de jongste perikelen rond de rekentoets is er de reactie op het kamerdebat van 7 oktober 2015 door Jan Jimkes, leraar wiskunde en oud-conrector van het Bonifacius Lyceum uit Utrecht:<sup>22</sup>

"De manier waarop Dekker zijn rekentoets in de plenaire vergadering bleef verdedigen, vond ik stuitend. Niet het verbeteren van de rekenvaardigheden maar het overeind houden van de toets is bij hem klaarblijkelijk het doel geworden."

<sup>18</sup> <http://www.rtlnieuws.nl/nieuws/binnenland/dit-geen-rekenen-en-ik-kan-het-weten-als-wiskundeleraar>

<sup>19</sup> <http://www.joop.nl/politiek/detail/artikel/30734/>

<sup>20</sup> <https://boycottholland.wordpress.com/2015/08/29/research-on-number-sense-tends-to-be-invalid/>

<sup>21</sup> <https://boycottholland.wordpress.com/2015/10/02/pierre-van-hiele-and-gerald-goldin-2/>

<sup>22</sup> <http://www.wiskundebrief.nl/715.htm>

Het kernprobleem kan zijn dat de staatssecretaris geen berekening geeft wat het nu kost om 150.000 onderwijzers bij te scholen in vergelijking met het circus rondom de rekentoets. Wanneer het parlement 5 miljard euro over heeft om met het begrotingstekort te spelen, terwijl in Europa toch is afgesproken naar een begrotingsevenwicht met 0,5% te gaan, dan kun je je ook afvragen of onderwijs als een investering kan worden gerekend of niet. En hoe je verkeerd besteedde gelden moet rekenen als desinvestering, zoals het gooien van een bom op een stad ook gerekend kan worden. Hier komen we terecht bij mijn voorstel tot een Economisch Hof in plaats van het gemankeerde Centraal Planbureau, zie ook de column van Piet Borst "*Tirannie van dom model*", NRC 2015-10-03.<sup>23</sup> Helaas mankeert er weer enorm veel aan die column van Borst, maar daarover elders.<sup>24</sup> Zie in ieder geval mijn brief aan Lex Borghans dat een parlementaire enquête over werkloosheid en de rol van het CPB prioriteit heeft, maar dat het parlement natuurlijk parallel ook aan het voorgestelde onderzoek naar het onderwijs in wiskunde kan beginnen.<sup>25</sup>

## **De fraude**

Het probleem met wiskundigen is dat zij worden opgeleid tot abstractie. Zie bijvoorbeeld wat Paul van Meenen getuigt:<sup>26</sup>

QUOTE

*U studeerde zuivere wiskunde, was dat niet zwaar als u eigenlijk docent wilde worden?*

"Welnee, ik had helemaal geen beeld van wat een wiskundedocent wel en niet moest weten. Ik vond topologie en getaltheorie bijvoorbeeld prachtig. Het is een verrijking om zoiets te doen, ook al doe je er nooit meer iets mee. Wat me ook inspireerde was dat er bij wiskunde heel gedreven docenten waren. Tijdens mijn studie had ik voortdurend dat docentenbestaan in beeld."

*Kreeg u iets van didactiek tijdens uw studie?*

"Dat zat helemaal niet in de opleiding. Ik kreeg mijn lesbevoegdheid nadat ik vijfendertig uur bij iemand anders achterin de klas had gezeten om te kijken hoe het moest. In die tijd begon net de experimentele lerarenopleiding van de universiteit en het leek me verstandig om die te volgen. Daar leerde ik over de psychologische, didactische en pedagogische kanten van het vak."

UNQUOTE

In dienst van banken kunnen abstract denkende wiskundigen een kredietcrisis helpen veroorzaken omdat ze geen goed beeld hebben van empirisch risico. Wanneer ze voor de klas komen te staan, dan zijn daar plotseling reëel bestaande leerlingen. Zulke abstract denkende leraren wiskunde lossen hun cognitieve dissonantie op door vast te houden aan traditie. Deze traditie hoeft helemaal niet helder en logisch te zijn. De mensheid wist al vroeg dat 1 stap = 5 voeten, zodat zaken naast elkaar schrijven een kwestie van vermenigvuldigen is. Misschien ooit rond 1200 AD verzon iemand de notatie  $2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$ . Geen wiskundige die ernaar kijkt of dit didactisch wel zo handig is. Zij hebben liever dat leerlingen ermee gekweld worden dan dat ze zo'n kromme traditie veranderen. Ja, laten we vooral "een-en-twintig" blijven zeggen, dat doen opa en oma immers ook. Engels mag wel, maar dan alleen voor smart-phone en downloaden en beslist niet voor twintig-een (of beter: twee-tig-een).

Hans Freudenthal (1905-1990) was zo'n abstract denkende wiskundige. Diederik Stapel verzon zijn eigen data, maar Freudenthal verzon een hele realiteit. In zijn waanwereld leren leerlingen wiskunde en rekenen op zijn "realistische" manier, of het waar is of niet, want hij heeft het zo bedacht en hoefde daarom toch niet meer naar de werkelijkheid te kijken.

<sup>23</sup> <http://www.nrc.nl/handelsblad/2015/10/03/tirannie-van-dom-model-1540045>

<sup>24</sup> Borst protesteert niet tegen de censuur van de wetenschap en kiest dus voor verloedering. Hij stelt dat "wij geen politici van formaat hebben" maar ik ben dat buiten de wetenschap.

<sup>25</sup> <http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/2015-09-24-Brief-aan-Lex-Borghans.html>

<sup>26</sup> <http://www.ionica.nl/het-keerpunt-van-paul-meenen/>



Wiskundige Jan Karel Lenstra constateert in Akademie Nieuws juli 2011 p5 over zijn rapport Lenstra van 2009 (mijn arcering):<sup>27</sup>

"De kern is dat er meer evidence-based onderzoek [onderwijs ?] moet komen', aldus Lenstra. 'Het realistisch rekenen is als zaligmakend dogma ingevoerd **zonder empirische evidentie**. En ook de pabo is door onderwijskundigen ingericht **op basis van overtuigingen** in plaats van op basis van wetenschappelijk onderzoek."

Freudenthal had een promovendus, Pierre van Hiele (1909-2010), die graag les gaf en die juist wel keek naar hoe leerlingen leren. Van Hiele ontwikkelde de theorie van niveaus van inzicht, welke theorie in de didactiek van wiskunde zo beroemd is als de "realistische wiskunde" van Freudenthal berucht begint te worden. Het proefschrift van Van Hiele werd in 1957 in het jaar van de Sputnik door Freudenthal geaccepteerd, aanvankelijk met gepast prijzen en citeren maar gaanderweg als bron om te plunderen. Lees het (overigens mooie) interview met Van Hiele in 2005 dat op dit punt zeer triest stemt.<sup>28</sup>

Het proefschrift van Sacha La Bastide - Van Gemert (2006)<sup>29</sup> beschrijft Freudenthal's visie op onderwijs als nogal bleek voor 1957 terwijl het daarna tot ontwikkeling komt. Eerst verwijst hij naar Van Hiele. Hij giet het werk van Van Hiele in eigen termen, waarbij we ons kunnen afvragen of hij het misrepresenteert of gewoon niet goed begrijpt of echt iets nieuws heeft.

- Van Hiele vertrekt vanuit *concreetheid*, en Freudenthal maakt daar *toegepaste wiskunde* van. Dat laatste is didactisch onzinnig.
- Van Hiele beschrijft hoe een leraar een leerling kan brengen naar een transitie tot een volgend niveau van begrip, waar het kwartje valt, en Freudenthal maakt daar "begeleid heruitvinden" van. Een ander woord voor hetzelfde.
- Van Hiele stelt dat zijn theorie van niveaus van inzicht een algemene geldigheid hebben, en gebruik meetkunde alleen als demonstratie (met een knipoog naar de rol van demonstratie in de meetkunde zelf). Freudenthal stelt het voor alsof Van Hiele alleen naar de meetkunde keek, en dat het Freudenthal zelf was die de algemene geldigheid ontdekte. Dat laatste is dan pertinent gelogen.

Wanneer Freudenthal zijn eigen termen en publicaties heeft dan kan hij naar zichzelf verwijzen en verdwijnt Van Hiele naar de achtergrond. Vervolgens is Freudenthal hoogleraar met promovendi en reist hij gemakkelijk naar internationale congressen zodat hij allerlei claims kan uitzetten, terwijl Van Hiele de leraar wiskunde blijft die in het weekend wat schrijft en mag hopen dat zijn school bijdraagt in de reis- en verblijfkosten.

Pijnlijk is dat het proefschrift van La Bastide – Van Gemert wel deze bewijzen voor Freudenthal's fraude geeft, maar dat zij niet de conclusie van fraude trekt. Mogelijkerwijs kende zij het werk van Van Hiele niet goed genoeg om dit te herkennen. Zij juicht over Freudenthal maar had over Van Hiele moeten juichen. Zie mijn opmerkingen bij de Engelse editie uit 2015 van dit proefschrift.<sup>30</sup>

Het wangedrag van Freudenthal bestaat uit twee soorten: (a) misrepresenteren, (b) toeëigenen. Je kunt zeggen dat "iets anders verzinnen" toch een nieuw idee geeft, en dan helemaal van jezelf is. Dus: wanneer de dievegge jouw auto met een andere kleur overspuit mag zij deze dan houden? Ook, wanneer zij ook radiator en uitlaat zo volspuit dat de auto nauwelijks meer rijdt, zoals "realistische wiskunde" ook niet werkt? Hier beschrijf ik de

<sup>27</sup> [https://www.know.nl/shared/resources/actueel/Akademienieuws/pdf/AN110\\_Rekenonderwijs.pdf](https://www.know.nl/shared/resources/actueel/Akademienieuws/pdf/AN110_Rekenonderwijs.pdf)

<sup>28</sup> <https://boycottholland.wordpress.com/2015/10/11/pierre-van-hiele-and-an-interview-in-2005/>

<sup>29</sup> <http://www.rug.nl/research/portal/publications/elke-positieve-actie-begint-met-critiek%2899b49f87-fc4b-4bd5-a568-d57d2c11b2f6%29.html>

<sup>30</sup> <https://boycottholland.wordpress.com/2015/10/13/pierre-van-hiele-and-sacha-la-bastide-van-gemert/>

ontdekking van die fraude.<sup>31</sup> Hier is een langere bespreking in relatie tot David Tall,<sup>32</sup> met een bijlage t.a.v. het proefschrift van La Bastide.

Het blijft bizar hoe wiskundigen op deze zaken reageren. Bovengenoemde Jan Karel Lenstra schrikt er in 2009 niet van, wanneer er geen empirisch bewijs voor de "realistische wiskunde" is, want hij gaat alleen *in de marge* wat verbeteren, met een lange tijdshorizon. *Hij begrijpt helemaal niet wat gebrek aan onderbouwing betekent.* Een empirisch wetenschapper zou de methode hebben stopgezet en terug hebben gegrepen op wat vroeger wel werkte, met een praktische termijn van zeg drie jaar.

Ook de ontdekking in 2014 van de fraude door Freudenthal heeft nog geen gevolgen gehad, en het "*Freudenthal Hoofd in de Wolken Realistische Wiskunde Instituut*" in Utrecht draagt nog fier zijn naam. Zijn wiskundigen solidair met de vakbroeders omdat ze weten dat ze zelf ook zulke fouten kunnen maken? Hier is mijn constatering van een collectief falen t.a.v. de integriteit van het wetenschappelijk onderzoek naar het onderwijs in wiskunde.<sup>33</sup>

Wiskundige Jan van de Craats heeft sinds 2007 veel gedaan om de uitwassen van het "realistisch rekenen" tegen te gaan. In 2008 stelde ik hem op de hoogte van mijn advies tot een parlementair onderzoek. Dat advies wees hij af. Ik vond dat onjuist, want daarin gaat hij als wiskundige te gemakkelijk voorbij aan mijn kennis en ervaring als staathuishoudkundige en econometrist. Ik deed netjes verslag dat Van de Craats deel was van het probleem met wiskunde en rekenen in Nederland.

Afgelopen september bleek dat Van de Craats in een spagaat zat t.a.v. de didactische betekenis van de niveau-theorie van Pierre van Hiele. Hij wilde daar niet naar kijken, en dat was voor mij dan toch de druppel die de emmer deed overlopen. Nu pleegde hij toch echt een inbreuk op de integriteit van de wetenschap, want je kunt geen onwelgevallige informatie negeren die nu wel ligt op het terrein van je vakgebied. Van de Craats heeft in zijn Zwartboek t.a.v. het rekenonderwijs uitgelegd dat hij ook maar in dat reken-probleem in het primair onderwijs is gerold, aldus in wezen met onvoldoende didactisch fundament voor het primair onderwijs (vergelijkbaar aan mijzelf en Paul van Meenen). Zijn opstelling is defensief geweest, een beetje amateurs ten opzichte van de secte van het Freudenthal Instituut. Nu Van de Craats na zeven jaar voor mij het voordeel van de twijfel heeft verloren, ontkom ik niet aan de conclusie dat ook hij sectarisch gedrag toont.

Je ziet dat bevestigd in dit artikel uit Didactief in 2009: In dit dubbel-interview blijkt dat de twee secten in 2009 geen nieuwe argumenten naar voren konden brengen.<sup>34</sup> Een empirisch wetenschapper besluit dan tot een **onderscheidende test** zodat duidelijk wordt wat beter is. Maar dat doen de secten niet. Voor velen is Van de Craats nog een held. Deze bewonderaars adviseer ik om te kijken naar diens rol als stoorzender, waarin hij daadwerkelijke verbetering van het onderwijs vertraagt, en het commercieel experiment met kinderen bevordert.<sup>35</sup>

Er blijkt een cultuurverschil tussen economen en wiskundigen. Onder economen bestaat er gangbaar (maar niet altijd) de liberale houding dat men het oneens kan zijn maar wel helpend advies wil geven. Onder wiskundigen zou het omgekeerd kunnen liggen, zie mijn brief aan collega-econometrist Lex Borghans.<sup>36</sup> Let op de tijdsvolgorde, met eerst mijn bescheiden voorstellen tot verbetering (van "wiskunde" naar wiskunde) en dan de wonderlijke reacties.

Een wonderlijke rol wordt ook gespeeld door psycholoog Ben Wilbrink. Mijn advies aan het parlement is hem diens gewicht in goud uit te betalen. Hij heeft veel verhelderd over de rol van psychologen en pedagogen en andere niet-wiskundigen t.a.v. die verloedering door de

<sup>31</sup> <https://boycottholland.wordpress.com/2014/07/06/hans-freudenthal-s-fraud/>

<sup>32</sup> <http://arxiv.org/abs/1408.1930>

<sup>33</sup> <http://thomascool.eu/Papers/Math/2014-07-08-Colignatus-aan-KNAW-LOWI.html>

<sup>34</sup> [http://didactiefonline.nl/images/stories/Opinie/Didaktief\\_jan-feb\\_2009\\_staartdelen\\_of\\_happen.pdf](http://didactiefonline.nl/images/stories/Opinie/Didaktief_jan-feb_2009_staartdelen_of_happen.pdf)

<sup>35</sup> <http://thomascool.eu/Papers/Math/2015-09-15-Breach-by-Jan-van-de-Craats-and-Ben-Wilbrink-wrt-scientific-integrity.html>

<sup>36</sup> <http://thomascool.eu/Papers/AardigeGetallen/2015-09-24-Brief-aan-Lex-Borghans.html>

"realistische wiskunde". Met mijn gebrek aan kennis van de wetenschap der psychologie was dat een essentieel kritisch geluid, en zonder die inbreng had ik belangrijke stukjes van de puzzel gemist. Gelukkig had ik voor mijn boek "*Voting Theory for Democracy*" reeds naar het model van Georg Rasch en Arpad Elo (Item Response Theory) gekeken,<sup>37</sup> zodat ik e.e.a. snel kon volgen. (Bijv.: teveel uitdaging geeft *stress*, te weinig uitdaging verveling, en bij een goede *match* kom je in *flow*. Kijk, hier mag Engels wel, maar bij twintig-een niet ?) (Bijv.: opheffen D66.) Inmiddels heb ik echter moeten constateren dat Wilbrink ook een inbreuk op de integriteit van wetenschap pleegt. Wilbrink gaat onzorgvuldig te werk t.a.v. de analyse van Van Hiele en de fraude van Freudenthal t.a.v. Van Hiele. Cruciaal is nu: hij gaat niet in op kritiek op zijn onzorgvuldigheid.<sup>38</sup> Om die reden moet ik het parlement adviseren om dat goud dan maar weer terug te vorderen (maar wel in de goede volgorde: eerst geven, dan terugnemen, want het zijn afzonderlijke beslismomenten).

(De goudprijs ligt nu rond EUR 33300 per kg. Wilbrink weegt ongeveer 70 kg. Om welk bedrag gaat het hier ? Antwoord: nul euro.)

### **Conclusie 1: Een parlementair onderzoek**

Het bovenstaande betrof alleen het *rekenen*. Vervolgens is er ook de "*realistische wiskunde*" meer in het algemeen. Dat is dus geen **wiskunde** maar zgn. "**wiskunde**". Zie de petitie voor een parlementair onderzoek.<sup>39</sup> De argumenten uit 2008 tot een parlementair onderzoek zijn sindsdien alleen maar sterker geworden. Met al dat liegen lijkt een enquête beter.

Voor suggesties voor verbetering, zie mijn boeken<sup>40</sup> met pdfs online: "*Elegance with Substance*" (EWS) (2009, 2015), "*Conquest of the Plane*" (COTP) (2011), "*A child wants nice and no mean numbers*" (CWNN) (2015), en iets ingewikkelder "*Foundations of mathematics. A neoclassical approach to infinity*" (FMNAI) (2015). Alweer wat ouder maar niet verouderd is het Nederlandstalige "*Een kind wil aardige en geen gemene getallen*" (EKWA) (2012).

Ook kamerlid Paul van Meenen zal deze boeken moeten bestuderen omdat hij tot nu toe slechts "wiskunde" (zoals  $2\frac{1}{2}$ ) kent. Dit is wel anders dan "realistische wiskunde" (verdoezelen) maar nog steeds niet klassiek  $2 + \frac{1}{2}$  of beter neo-klassiek  $2 + 2^H$ .

Bovendien kan Van Meenen niet stellen dat mijn boeken gaan over het **Hoe** terwijl hij zich als kamerlid met het **Wat** bezighoudt: want (a) veel daarin gaat juist over het *Wat*, en (b) EWS en EKWA bevatten een deel waarin ik als econoom kijk naar de bedrijfstak van de wiskunde, met het onderwijs daarin en onderzoek naar dat onderwijs. Laat hij tekst en uitleg geven over de volksverlakkerij door D66 t.a.v. de "kroonjuwelen", dan kan ik de nieren proeven.

### **Conclusie 2: Een Simon Stevin Instituut**

Wat kan een oplossingsrichting zijn ? De problemen met het onderwijs in wiskunde en het onderzoek daarin worden veroorzaakt doordat wiskundigen zijn losgezongen van de empirie en doordat onderzoekers zijn losgezongen van de praktijk. Paul van Meenen heeft een beetje pedagogie e.d. gehad en heeft praktijkervaring opgedaan, maar heeft niet de empirische basistraining van een empirisch onderzoeker of een ingenieur. Nuttig is ook ouders en bedrijfsleven een geluid en gehoor te geven (en misschien een stem).

Mijn kernargument is dat er een "Simon Stevin Instituut" (SSI) zou moeten komen.<sup>41</sup> Dat betekent dat veel versnippering (zie **Bijlage A**) onder beheer komt. Punten zijn:

<sup>37</sup> <http://thomascool.eu/Papers/VTFD/Index.html>

<sup>38</sup> <http://thomascool.eu/Papers/Math/2015-09-15-Breach-by-Jan-van-de-Craats-and-Ben-Wilbrink-wrt-scientific-integrity.html>

<sup>39</sup> <http://www.ipetitions.com/petition/tk-onderzoek-wiskundeonderwijs/>

<sup>40</sup> <http://thomascool.eu/Papers/Math/Index.html>

<sup>41</sup> <http://thomascool.eu/Thomas/Nederlands/Wetenschap/Artikelen/2008-11-11-Simon-Stevin-Instituut.pdf>

- beheer van het onderwijs in wiskunde en het onderzoek daarnaar, alsmede de opleiding van docenten, alsmede de onderzoeksgelden hiervoor die nu naar NWO/NRO gaan
- juist *niet* alleen onder verantwoordelijkheid van wiskundigen
- betrokkenheid van empirische wetenschappers, ouders, leerlingen, bedrijfsleven
- democratische structuur en transparantie met websites en open access tijdschriften
- uitgaand van een wetenschappelijke basis met respect voor de praktijkervaring van docenten (en niet alleen statistische significantie)
- met een ontwikkeling van "academische scholen" zoals academische ziekenhuizen, waarin onderzoek en praktijk samengaan.

Wanneer ik in EWS en elders kritiek op het huidige onderwijs in wiskunde uit dan kan een lezer wellicht denken dat ik zou vinden dat het meteen *op die wijze* zou moeten worden uitgevoerd. Dat is natuurlijk niet zo. Het lijkt me beter dat er eerst zo'n SSI komt, waarin eindelijk het klimaat bestaat om op nette manier over je onderzoeksresultaten te spreken zonder dat wiskundigen de discussie saboteren. In zo'n situatie kan dan bekeken worden wat er van mijn analyses overblijft voor de onderwijspraktijk. Het zou wel onjuist zijn om op zo'n situatie te wachten met het *presenteren* van mijn analyses en voorstellen om van "wiskunde" tot wiskunde te komen. Die analyses zijn juist voorbeelden, die ondersteunen dat er zo'n SSI zou moeten komen.

## Bijlage A: Organogram voor het onderwijs in wiskunde

Bij het onderwijs zijn vele organen betrokken en erg vaak is het lastig te bepalen wie nu waarmee bezig is. Het organogram hieronder is nogal "schematisch" van karakter. Het geeft een beetje een beeld van betrokken actoren. Maar *hoe, wat en waar* een verband bestaat, is zo eigenlijk niet goed weer te geven. Dit schema dient vooral voor benadrukking hiervan:

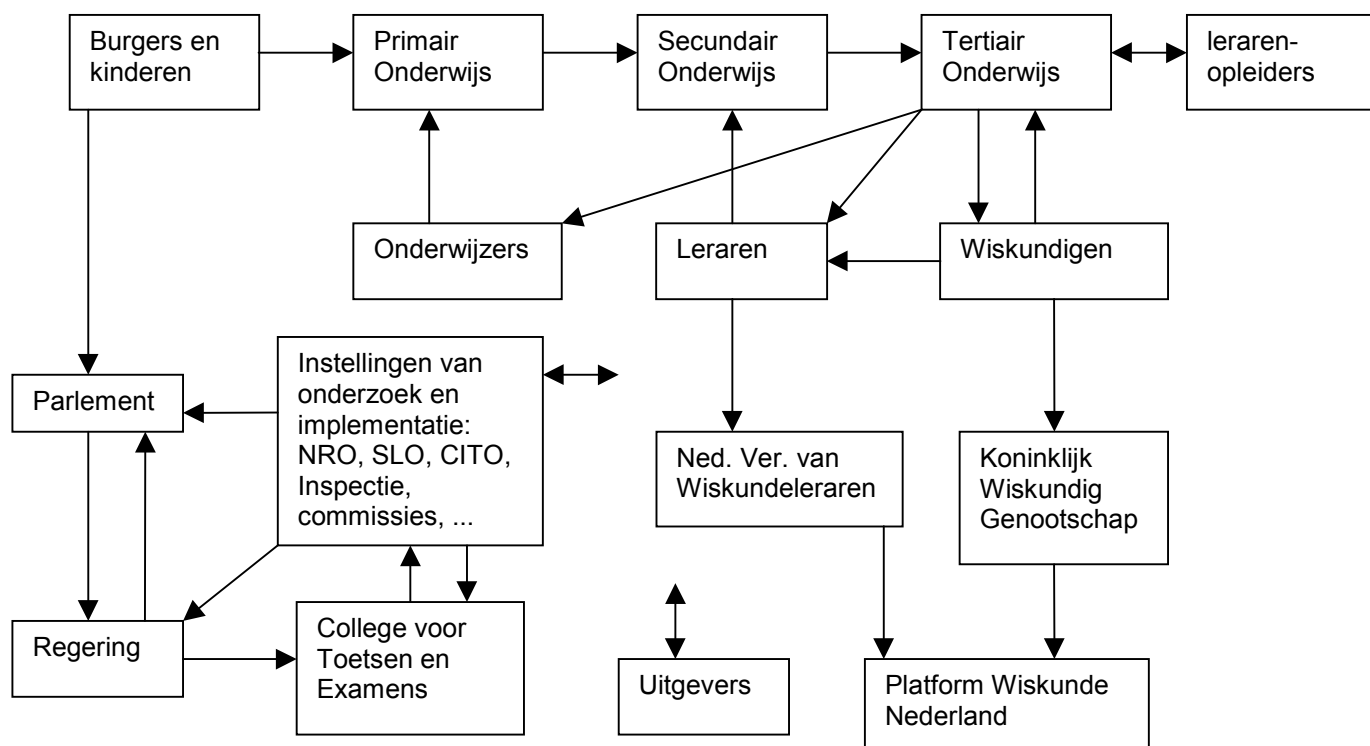
- Er is onderscheid tussen *wiskundigen* en *wiskundeleraren*.
- T.a.v. het **Wat**: Sturing vindt plaats via het parlement, met uitvoering door regering en een kernrol voor het College voor Toetsing en Examens (CvTE).
- T.a.v. het **Hoe**: Didactiek gaat via opleidingen. Hier is geen platform voor afstemming. Schoolbesturen of lerarenteams kiezen de lesmethode (uitgever). Er is de Inspectie.

Op grond hiervan zouden lezers beter kunnen inzien:

- Wiskundigen zoals Freudenthal en Van de Craats die geen wiskundeleraar zijn kunnen een storende rol spelen t.a.v. de sturing (**Wat**), met "wiskunde" in plaats van wiskunde.
- Wiskundigen zoals Freudenthal en Van de Craats die geen wiskundeleraar zijn kunnen een storende rol spelen t.a.v. de didactiek (**Hoe**), met "realistische wiskunde" of "traditioneel rekenen" (m.n. standaard algorithmes en veel oefenen op 2½).
- De bureaucratische isolatielaag tussen parlement en onderwijs vergt goed bestuur.

Legenda:

- Het traject links geeft de maatschappelijke sturing via parlement en regering.
- Het traject rechts geeft vooral het uitvoerend onderwijs, maar aan de universiteiten is er ook onderzoek naar onderwijs (meer door psychologen dan leraren wiskunde).
- De betekenis van een pijl is vooral dat de lezer uitgenodigd wordt om *na te denken* over een mogelijke relatie. De betekenis hangt af van de situatie. Bijv. kun je je voorstellen dat kinderen doorstromen van primair naar tertiair onderwijs, maar, zo'n relatie verschilt weer van de relatie tussen parlement en regering.
- De pijlen vanuit *Uitgevers* en *Instellingen van Onderzoek en Implementatie*, die blanco beginnen en eindigen, vervangen de vele verbindingen tussen links en rechts.
- Terwijl de wiskundigen rechtsonder worden uitgesplitst, zijn er in de opleiding voor leraren en onderwijzers natuurlijk ook pedagogen, psychologen e.d. betrokken.



## Bijlage B: Wiskundig afschaffen van breuken (oude notatie)

Bekijk de kromme "wiskundige" deling van gemengde breuken:  $2\frac{1}{2} / 3\frac{1}{3}$ .

Van der Plas (2008) meldt dat deze bewerking nauwelijks voorkomt in de "realistische methoden". De traditioneel denkende wiskundigen zoals Van de Craats e.a. en Hung-Hsi Wu uit de USA willen dat er weer flink op wordt geoefend. Voor leerlingen is het echter verwarrend, want in handschrift lees je gemakkelijk  $2\frac{1}{2} / 3\frac{1}{3} = 1 / 3\frac{1}{3} = 1 / 9$ .

De wiskundige betekenis van inverse  $x^H$  is dat:  $x x^H = 1$  (voor  $x \neq 0$ ). Op de rekenmachine is een numerieke benadering  $(x)^{(-1)}$ .

Voor machtsverheffen geldt  $x = (x^H)^H$ .

Neoklassiek wiskundig voor bovenstaande expressie is:  $(2 + 2^H) (3 + 3^H)^H$

Omdat menigeen niet aan tussenstappen is gewend, schrijven we alle kleine stapjes uit. Bij klassieke deling zou dat minstens zo lang kunnen worden. Bij gewenning kunnen grotere stappen genomen worden. Eigenschappen van  $H$  ("eta") worden gegeven in "A child wants nice and no mean numbers". Uiteindelijk moeten kinderen toch machtsverheffen leren, dus het onderstaande lijkt aanvankelijk misschien lastig maar zal toch sneller en inzichtelijker zijn. Vanzelfsprekend is het alleen een voorstel en kan bij kinderen gekeken worden of deze verwachting ook wordt waargemaakt. Het zijn de kinderen die bepalen wat ze kunnen leren.

Bewerken:

$(2 + 2^H) (3 + 3^H)^H$	Maak dit zo eenvoudig mogelijk
$(2 (2 2^H) + 2^H) (3 (3 3^H) + 3^H)^H$	Gebruik $x x^H = 1$
$(4 2^H + 2^H) (9 3^H + 3^H)^H$	Uitvermenigvuldigen
$(4 + 1) 2^H ((9 + 1) 3^H)^H$	Breuken buiten haakjes halen
$5 2^H 10^H 3$	Gewichten optellen
$5 2^H (5 2)^H 3$	Ontbinden in factoren
$5 5^H 2^H 2^H 3$	Gebruik $x x^H = 1$
$3 4^H$	3 per 4

Ter vergelijking: de kromme manier van de traditionele "wiskunde", waarin de schrijfwijze bepalend is en niet wat je aan het doen bent:

$2\frac{1}{2} / 3\frac{1}{3}$	Gevaarlijke notatie
$(2 + \frac{1}{2}) / (3 + \frac{1}{3})$	Maak er wiskunde van, anders werkt het niet
$(2 (2 \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}) / (3 (3 \frac{1}{3}) + \frac{1}{3})$	Gebruik $x / x = 1$ (schrijfwijze schept probleem)
$(4 \frac{1}{2} + \frac{1}{2}) / (9 \frac{1}{3} + \frac{1}{3})$	Uitvermenigvuldigen
$(4 / 2 + \frac{1}{2}) / (9 / 3 + \frac{1}{3})$	Gelijke noemers gemaakt
$(5 / 2) / (10 / 3)$	Gewichten optellen ( $5 / 2$ : getal of bewerking ?)
$(5 / 2) (3 / 10)$	Delen door breuk is maal omgekeerde
$(5 3) / (2 10)$	Uitvermenigvuldigen
$3 / (2 2)$	Ontbinden en wegdelen van gelijke factoren
$3 / 4$	drie-vierde (misbruik van rangwoord "vierde")