

Science in action: Review of the email exchange between Colignatus and K.P. Hart (TU Delft) in 2011-2015 on Cantor's diagonal argument and his original argument of 1874

Thomas Colignatus
May 6 2015
thomascool.eu

Abstract

This document reviews (in English) the email exchange (in Dutch) between Colignatus and K.P. Hart (TU Delft) in 2011-2015 on Cantor's diagonal argument and the original argument of 1874. In a recent paper in the journal of the Dutch mathematical society Hart (2015) doesn't mention the content of the criticism against Cantor's argument. He also paints a disrespectful image of such criticism "on the internet" as if there would be no relevant content in the criticism and as if discussants would apply ad hominem fallacies instead of math. Publication of this email exchange would help the reader to establish that there is content in the criticism on Cantor's argument. If someone is wanting in scientific attitude then it is Hart himself: which is not an ad hominem but an observation on scientific conduct.

References

- Berg, B. van den (2013), 'Hilbert en de bewijstheorie', *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/14 nr. 1, March, pp. 45-48, <http://www.nieuwarchief.nl/serie5/pdf/naw5-2013-14-1-045.pdf>
- Colignatus, Th. (1981 unpublished, 2007, 2011), 'A Logic of Exceptions', (ALOE) 2nd edition, Thomas Cool Consultancy & Econometrics, PDF of the book online at <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/Index.html>
- Colignatus, Th. (2011, 2012), 'Contra Cantor Pro Occam', outdated / legacy version, <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2011-08-07-ContraCantorProOccam.pdf>
- Colignatus, Th. (2012a), 'Het wiskundeonderwijs moet helemaal anders', http://www.joop.nl/opinies/detail/artikel/12935_het_wiskundeonderwijs_moet_helemaal_anders
- Colignatus, Th. (2012, 2013), 'Contra Cantor Pro Occam - Proper constructivism with abstraction', paper, <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>
- Colignatus, Th. (2015a), 'An explanation for Wigner's "Unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences', January 9, <http://thomascool.eu/Papers/Math/2015-01-09-Explanation-Wigner.pdf>
- Colignatus, Th. (2015b), 'A condition by Paul of Venice (1369-1429) solves Russell's paradox, blocks Cantor's diagonal argument, and provides a challenge to ZFC', May 1, <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf>
- Gill, R.D. (2008), 'Book review. Thomas Colignatus. A Logic of Exceptions: Using the Economics Pack Applications of Mathematica for Elementary Logic', *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 5/9 nr. 3, pp. 217-219, <http://www.nieuwarchief.nl/serie5/pdf/naw5-2008-09-3-217.pdf>
- Gill, R.D. (2012), 'Books reviews. Thomas Colignatus. Elegance with Substance. Dutch University Press 2009. And: Conquest of the Plane. Cool T. (Consultancy & Econometrics. 2011)', *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 5/13, nr. 1, pp. 66-68, <http://www.nieuwarchief.nl/serie5/pdf/naw5-2012-13-1-064.pdf>
- Hart, K.P. (2011, 2013), "Verzamelingenleer", <http://fa.its.tudelft.nl/~hart/37/onderwijs/verzamelingenleer/dictaat/dictaat-A4.pdf>
- Hart, K.P. (2012), cool.pdf. No title. Comment on Colignatus CCPO 2011 (now a legacy version). See February 29
- Hart, K.P. (2015), 'Cantors diagonaalargument', *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/16, nr 1, March, pp. 40-43, <http://www.nieuwarchief.nl/serie5/pdf/naw5-2015-16-1-040.pdf>

Introduction

Cantor's argument of 1874 and later diagonal argument of 1890/91 would show that the set of natural numbers has a different kind of infinity than the set of real numbers, i.e. that the real numbers are not denumerable.

In 2011-2015 K.P. Hart sent two emails to Colignatus. In 2011 Hart explained where Cantor's original proof of 1874, that wouldn't use the diagonal argument, could be found in Hart's syllabus for his students at TU Delft. In 2012 Hart read parts of Colignatus's paper *Contra Cantor Pro Occam* (CCPO) 2011 (now a legacy version) and wrote a short memo cool.pdf on this. Colignatus replied on misunderstandings by Hart, but Hart did no longer react. It is unclear whether he read the reply and the later update on the analysis.

Colignatus used Harts comments, as far as relevant for clarification, to write Colignatus (2012, 2013) (CCPO-PCWA) and informed Hart about this too. There is now Colignatus (2015b), basically written in 2014 before Colignatus knew about Hart (2015).

Hart (2015) is a paper in the journal NAW of the Dutch mathematical society. Hart discusses Cantor's diagonal for a general readership of mathematicians, but doesn't mention the refutation by Colignatus, and thus gives a misleading overview of the situation.

Since 2012 Colignatus has hesitated to put Hart's cool.pdf and a discussion of its misunderstandings on his website, for there is little advantage in presenting misunderstandings. Now however, both Hart (2015) and below logbook of 2011-2015 can be diagnosed as problematic. Hart (2015) speaks for a general audience of mathematicians about "hopeless papers" and "ad hominem" fallacies "on the internet". This strikes me as a racket or ballyhoo - in Dutch "stemmingmakerij" - for intolerance against criticism on this subject. Will Dutch mathematicians still read with an open mind about criticism on Cantor's argument, when a known expert like Hart has warned them in such ralleying terms ? The best response seems to be to publish this logbook.

One can check:

- (1) I have always focussed on the content of the argument, have replied to criticism myself, and have adapted the presentation of the analysis when misunderstandings suggested the need for clarification.
- (2) There is a good reason for wishing for a communication. While K.P. Hart has been trained as a mathematician my background is in empirical science, namely econometrics and didactics of mathematics. It should be possible that I formulate the analysis in such a manner that a trained mathematician can pick it up from there, and perhaps rewrite the argument for his or her colleagues.
- (3) It is amazing that Hart doesn't see the logic of the counterargument. In Hart (2015) he acknowledges, with Cantor, the schizophrenia of using both formally proper and informally improper sets, but it doesn't worry him. Perhaps Hart is trained to read papers by mathematicians but is unable to understand other texts ? While Hart is open in his disrespect for criticism in Hart (2015), perhaps he already had this in 2012 when reading CCPO, and then didn't read carefully enough ? What other explanations are possible ? It would be helpful when there would be a clear explanation.
- (4) The issue is not without consequences. My analysis would affect education.
- (5) I now find K.P. Hart wanting in scientific attitude. He has not replied to criticism, which criticism has been formulated in scientifically decent manner. He misinforms his readership since Hart (2015) is a misrepresentation of the current state of affairs. This is not an "ad hominem" fallacy. This is an observation on scientific malconduct.

Contents

Abstract	1
References	1

Introduction	2
Contents	2
Abbreviations	3
Remarks w.r.t. the editing	4
Date: Mon, 08 Aug 2011 TC -> KPH	5
Date: Mon, 08 Aug 2011 KPH -> TC	6
Date: Tue, 09 Aug 2011 TC -> KPH	6
Date: Tue, 09 Aug (2) 2011 TC -> KPH	7
Date: Thu, 25 Aug 2011 TC -> KPH	7
Date: Sat, 14 Jan 2012 TC -> KPH	8
Date: Wed, 29 Feb 2012 KPH -> TC	9
KPH's cool.pdf from 2012 with comments Colignatus 2012-2015	10
Date: Thu, 01 Mar 2012 TC -> KPH	13
Date: Fri, 02 Mar 2012 RDG -> TC cc PKH	16
Date: Fri, 02 Mar 2012 TC -> RDG cc KPH	17
Date: Sat, 03 Mar 2012 TC -> KPH cc RDG	18
Date: Tue, 06 Mar 2012 TC -> KPH	19
Date: Thu, 08 Mar 2012 TC -> KPH cc RDG	19
Date: Thu, 08 Mar 2012 RDG -> TC cc KPH	22
Date: Thu, 08 Mar 2012 TC -> RDG cc KPH	23
Date: Thu, 08 Mar 2012 (2) RDG -> TC	23
Date: Sat, 10 Mar 2012 TC -> KPH cc RDG	24
Date: Sat, 10 Mar 2012 (2) TC -> RDG	25
Date: Sun, 11 Mar 2012 RDG -> TC	27
Date: Mon, 26 Mar 2012 TC -> KPH	28
Date: Thu, 07 Jun 2012 TC -> KPH	28
Date: Mon, 04 Mar 2013 TC -> KPH	29
Date: Wed, 27 Mar 2013 TC -> KPH	33
Date: Fri, 29 Mar 2013 TC -> NAW	34
Date: Fri, 29 Mar 2013 NAW -> TC	34
Date: Thu, 07 Nov 2013 TC -> KPH	35
Date: Sun, 10 Nov 2013 TC -> wiskundigen	36
Date: Mon, 03 Mar 2014 TC -> NAW	38
Date: Wed, 05 Mar 2014 NAW -> TC	38
Date: Mon, 26 May 2014 TC -> NAW	39
Date: Mon, 27 Apr 2015 TC -> RDG	39
Date: Mon, 27 Apr 2015 (2) TC -> RDG	40
Date: Thu, 30 Apr 2015 TC -> KPH	42
Date: Thu, 30 Apr 2015 TC -> RDG	43
Date: Tue, 05 May 2015 TC -> NAW	44

Abbreviations

KPH = K.P. Hart, <http://fa.its.tudelft.nl/~hart>
 RDG = Richard D. Gill, <http://www.math.leidenuniv.nl/~gill>
 TC = Thomas Colignatus (science name of Thomas Cool), <http://thomascool.eu>
 NAW = Nieuw Archief voor Wiskunde (journal of KWG), <http://www.nieuwarchief.nl>
 KWG = Koninklijk Wiskundig Genootschap (Dutch Royal Mathematical Society)
 NVVW = Ned. Ver. van Wiskundeleraren (Dutch Association of Mathematics Teachers)
 ALOE = A Logic of Exceptions (a book by Colignatus, 1981, 2007, 2011)
 COTP = Conquest of the Plane (a book by Colignatus, 2011)
 EWS = Elegance with Substance (a book by Colignatus, 2009)
 CCPO = Contra Cantor Pro Occam (a paper by Colignatus, 2011, 2012, legacy version)
 CCPO-PCWA = Contra Cantor Pro Occam - Proper Constructivism with Abstraction, 2012, 2013)

Remarks w.r.t. the editing

Comments have been inserted, in blue bold, based upon the most recent view in Colignatus (2015b), *A condition by Paul of Venice (1369-1429) solves Russell's paradox, blocks Cantor's diagonal argument, and provides a challenge to ZFC*, <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf> May 1 2015 version, original older link).

Hart reacts only two times: (1) To point TC to Cantor's proof of 1874, and (2) to respond to CCPO-PCWA in the context of its submission to NAW.

There is some involvement by other people, that one might wish to see deleted, but that I have included since it shows both the context (education) and that I am dealing with the issue on content.

- There is some involvement by Richard Gill (RDG).
- There can also be reference to some statements by Jan van Rongen who rejects the approach by Colignatus but with inadequate argumentation.
- There is some discussion about the improvement of the education in mathematics. TC explains in CCPO-PCWA that he is an econometrician and teacher of mathematics and no mathematician, so that his focus in the discussion on Cantor's diagonal lies in education. Hart will have another focus, but TC deems it useful to inform Hart about his own other focus, so that there is no confusion about intentions. It may well be that Hart might have to translate some arguments to make them acceptable for himself and other mathematicians.

Email addresses have been removed. Names of others replaced by official functions (like editor or chairman).

References to dataweb.nl have been replaced by thomascool.eu.

Obvious typing errors have been corrected for better reading.

References in emails to earlier emails have been eliminated except when they are part of the flow of the argument.

Date: Mon, 08 Aug 2011 TC -> KPH

To: KPH

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Uw diktaat "Verzamelingenleer" en mijn paper "Contra Cantor Pro Occam"

Bcc: XYZ

Geachte dr. Hart,

Een wiskundige vriend zond me uw diktaat "Verzamelingenleer". Hij deed dat omdat ik nu een artikel heb "Contra Cantor Pro Occam". Het leek hem een aardig idee dat ik eens keek naar Cantor's oorspronkelijke teksten, zoals door u bewerkt, in plaats van de syllabi en boeken waar ik tot nu toe op vertrouwde. PM. Ik doe BCC aan hem.

Ik ben econometrist met een graad uit 1982, en ik heb in 1974-76 de belangrijke colleges wiskunde gelopen met de andere studenten wiskunde, natuurkunde en sterrekunde aan de Rijksuniversiteit Groningen. Vervolgens in 2008 de MSc titel voor eerstegraad docent wiskunde.

In mijn paper definieer ik het begrip "bijectie in de limiet". Met zo'n kardinaalbegrip zijn N en R even groot.

Comment 2015: Rebaptised into "bijection by abstraction", in CCPO-PCWA.

In uw diktaat vind ik het bekende diagonaalargument. Wellicht heeft u (ook) interesse in de opmerkingen die ik ook over dat diagonaalargument maak.

Blijkbaar bestaat er een eerder bewijs uit 1874, maar dat zie ik niet in uw diktaat. Er lijkt wel iets daarover te staan in wikipedia maar dat laat ik liever links liggen. En eigenlijk is het wel zo genoeg voor me.

NB. Mijn paper "Contra Cantor Pro Occam" is een vertaling van enkele van mijn eerdere boeken naar een mogelijke betekenis voor transfinites en infinitesimalen (non-standaard analyse), ter beoordeling voor wie in die gebieden werkt. Het is nu niet mijn bedoeling om verder te gaan in deze richting, of bijv. te proberen nieuwe axioma's te maken, omdat ik verder wil gaan met economie. Maar mocht u opmerkingen hebben dan houd ik me daarvoor aanbevolen.

Mijn paper staat hier:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2011-08-07-ContraCantorProOccam.pdf>

Comment 2015: CCPO is listed for legacy reasons and some remaining points w.r.t. non-standard analysis. The proper argument w.r.t. the diagonal now is in Colignatus (2015b) <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf> and CCPO-PCWA: <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Econometrist en docent wiskunde
Scheveningen

Date: Mon, 08 Aug 2011 KPH -> TC

From: "K. P. Hart"

To: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Re: Uw diktaat "Verzamelingenleer" en mijn paper "Contra Cantor Pro Occam"

- >
- > Blijkbaar bestaat er een eerder bewijs uit 1874, maar dat zie ik
- > niet in uw diktaat. Er lijkt wel iets daarover te staan in wikipedia
- > maar dat laat ik liever links liggen. En eigenlijk is het wel zo
- > genoeg voor me.
- >

Een snel antwoord op deze opmerking (ik zit nu in het buitenland):

de stelling uit 1874 staat op bladzijde 1 van het dictaat, letterlijk overgeschreven uit Cantor's artikel.

Het bewijs staat, in de A4-versie, bovenaan bladzijde 2 (in de A5-versie onderaan die bladzijde).

Voor de goede orde:

in 1874 bewees Cantor dat geen enkele rij reële getallen een heel interval kan vullen, dat bewijs staat dus op bladzijde 2.

In zijn artikel uit 1890/91, het diagonaalargument (bladzijde 7 respectievelijk 12), was zijn bedoeling op een andere manier dan in 1874 andermaal te bewijzen dat overaftelbare machtigheden bestaan.

Groeten,
KP Hart

Date: Tue, 09 Aug 2011 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Re: Uw diktaat "Verzamelingenleer" en mijn paper "Contra Cantor Pro Occam"

Geachte dr. Hart,

Hartelijk dank voor uw snelle reactie, zelfs uit het buitenland.

De Duitse tekst op uw eerste (A5) pagina las voor mij meer als een soort definitie van continuïteit. Er is niet expliciet sprake van het vraagstuk van de aftelbaarheid, ook niet in uw bespreking. Maar nu ik het nog eens met zo'n oog lees wordt het duidelijker dat je het zo kunt interpreteren.

Ik zie wel dezelfde "fallacy of composition" terugkeren als bij het diagonaalbewijs. Voor de opstelling van het rijtje reële getallen (4) is er een potentiële oneindigheid terwijl in het bewijs actuele oneindigheid wordt gebruikt. Ik zal mijn reactie in een nieuwe versie van "Contra Cantor Pro Occam" opnemen.

Comment 2015: The continuum as an empirical observation of space already would be an actual infinity (e.g. a meter). The mathematical model of this would be the reals.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus

Date: Tue, 09 Aug (2) 2011 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Aangepast paper "Contra Cantor Pro Occam"
Bcc: RDG

Geachte dr. Hart,

Ik heb mijn reactie in "Contra Cantor Pro Occam" verwerkt. Het paper is nu gedateerd op 6-9 augustus maar de link blijft 08-07 gebruiken:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2011-08-07-ContraCantorProOccam.pdf>

Comment 2015: CCPO is listed for legacy reasons and some remaining points w.r.t. non-standard analysis. The proper argument w.r.t. the diagonal now is in Colignatus (2015b) <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf> and CCPO-PCWA: <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

Ik heb er ook een tabel in opgenomen met de verschillen.

Ik wil u andermaal dank zeggen voor uw aanwijzing m.b.t. de syllabus, maar kan dit natuurlijk niet doen in het paper zelf omdat u daar nog niet naar gekeken heeft. Maar misschien komt dat er ooit nog eens van.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus

Date: Thu, 25 Aug 2011 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Laatste update: Aangepast paper "Contra Cantor Pro Occam"

Geachte dr. Hart,

Ik heb "Contra Cantor Pro Occam" aangepast. Het paper is nu gedateerd op 6-25 augustus maar de link blijft 08-07 gebruiken:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2011-08-07-ContraCantorProOccam.pdf>

Comment 2015: CCPO is listed for legacy reasons and some remaining points w.r.t. non-standard analysis. The proper argument w.r.t. the diagonal now is in Colignatus (2015b) <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf> and CCPO-PCWA: <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

Ik gebruik nu ook twee limietbegrippen: een voor $x \rightarrow 1/\infty$ en een voor $1/\infty \rightarrow 0$, die ook samengevoegd kunnen worden in een enkele stap.

Comment 2015: This line of reasoning is in limbo.

De tabellen geven een overzicht van de verschillende inzichten.

Ik laat het onderwerp verder rusten tenzij de reviewer van COTP andermaal lastige vragen heeft.

Comment 2015: That reviewer is Gill (2012).

Wanneer u en/of uw studenten een reactie hebben blijft natuurlijk altijd interessant.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus

Date: Sat, 14 Jan 2012 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Nieuw Archief voor Wiskunde en "Contra Cantor Pro Occam"

Cc: RDG

Geachte dr. Hart,

Ik heb mijn artikel "Contra Cantor Pro Occam" (CCPO) aangeboden aan NAW:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2011-08-07-ContraCantorProOccam.pdf>

Comment 2015: CCPO is listed for legacy reasons and some remaining points w.r.t. non-standard analysis. The proper argument w.r.t. the diagonal now is in Colignatus (2015b) <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf> **and CCPO-PCWA:** <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

Professor Verhulst heeft er diagonaal (!) naar gekeken en wijst het af vooral met het argument van lengte.

Nu heeft u een paar maal in NAW gepubliceerd, ook afgelopen december, en ik heb naar uw werk gekeken. Maar in CCPO presenteer ik een nieuw argument dat ik niet eerder ben tegengekomen. Ik heb natuurlijk niet alles gelezen of begrepen, maar er zijn toch enkele overzichtsbesprekingen waar je zo'n argument als het mijne zou verwachten, al was het maar voor de volledigheid. Ook u noemt het niet. Het argument is wel belangrijk want het waarschuwt jonge wiskundigen dat zij hun talent en leven misschien maar niet aan de transfinieten verspillen. Wellicht ontstaat ook bij u een groot gevoel van verspilling wanneer u mijn argument begrijpt.

Zou u een leesrapportje over CCPO willen schrijven, dat ik ook op mijn website mag opnemen? U moogt het ook voorleggen aan uw studenten en vragen of zij reacties willen geven.

Voor de goede orde: dit is een recente bespreking door Richard Gill van mijn boeken EWS en COTP, ook bedoeld voor NAW:

<http://www.math.leidenuniv.nl/~gill/reviewCOTP.html>

en hier staat zijn bespreking van ALOE

<http://www.math.leidenuniv.nl/~naw/serie5/deel09/sep2008/reviewssep08.pdf>

Comment 2015: This link now is:

<http://www.nieuwarchief.nl/serie5/pdf/naw5-2008-09-3-217.pdf>

En hier een bespreking bij de EMS van weer iemand anders:

<http://www.euro-math-soc.eu/node/2081>

Comment 2015: This link now is:

<http://www.euro-math-soc.eu/review/logic-exceptions>

Richard Gill heeft ook een eerste reactie op CCPO gegeven, maar laat ik eerst die van u afwachten.

Met andermaal dank voor uw eerdere snelle reactie,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Econometrist en leraar wiskunde

Date: Wed, 29 Feb 2012 KPH -> TC

To: "Thomas Cool / Thomas Colignatus"

From: "K. P. Hart"

Organization: TU Delft

Subject: Re: Nieuw Archief voor Wiskunde en "Contra Cantor Pro Occam"

Cc: RDG

On Sat January 14 2012 09:26:18 Thomas Cool / Thomas Colignatus wrote:

> Zou u een leesrapportje over CCPO willen schrijven, dat ik ook op
> mijn website mag opnemen ? U moogt het ook voorleggen aan uw
> studenten en vragen of zij reacties willen geven.

**Comment 2015: (1) KPH did not state below whether he informed his students.
(2) KPH did not state permission to put his report on my website.**

Geachte heer Cool,

ik heb het stuk doorgelezen en wat grotere aandacht besteed aan de pagina's die gaan over datgene waar ik wat vanaf denk te weten: het diagonaalargument en de geclaimde bijectie tussen R en N .

Comment 2015: Apparently he didn't look into the refutation of the 1874 argument.

Ik kan begrijpen dat de heer Verhulst het stuk om de lengte heeft afgewezen want het is aan de lange kant voor het Nieuw Archief.

Als hij het mij voor nader commentaar had gestuurd dan had ik hem ook op inhoudelijke gronden geadviseerd het niet te publiceren.

Uw kritiek op het diagonaalargument raakt kant noch wal; dat de verzameling Φ een inconsistentie in zich bergt is nou net de crux van het bewijs (dat overigens onnodig uit het ongerijmde is).

Comment 2015: (1) KPH doesn't accept that the contradiction may be analysed as deriving from non-well-formed-ness. (2) KPH's version of the theorem and proof "without the contradiction" is refuted in Colignatus (2015b), Appendix C.

Uw notie van 'bijectie in de limiet' staat al tussen aanhalingstekens en wordt nergens expliciet gedefinieerd. Kreten als 'abstraction' en 'conceptual switch' klinken mooi maar zijn in feite nog vager dan de vage noties die ze zouden moeten onderbouwen.

Comment 2015: (1) What this means is defined in the paper, in terms of a procedure. (2) The terms "bijection in the limit" and "bijection by abstraction" were names for that procedure. One can criticize a name (like "mathematical induction" is actually a deduction, since it refers to the definition of the natural numbers) but, then do so in proper manner. (3) Though not needed in 2012, more can be said on abstraction, see Colignatus (2015a):
<http://thomascool.eu/Papers/Math/2015-01-09-Explanation-Wigner.pdf>

Gedetailleerd commentaar staat in het bijgevoegde PDF-file.

Met vriendelijke groet,
KP Hart

--

E-MAIL: K.P.Hart (...) PAPER: Faculty EEMCS
PHONE: +31-15-2784572 TU Delft
FAX: +31-15-2787245 Postbus 5031
URL: <http://fa.its.tudelft.nl/~hart> 2600 GA Delft
the Netherlands

KPH's cool.pdf from 2012 with comments Colignatus 2012-2015

Comments by K.P. Hart w.r.t. CCPO (legacy version) - thus, with some comments that are no longer relevant for CCPO-PCWA and Colignatus (2015b).

Reaction by Colignatus: see 2012 and lately e.g. Date: Mon, 27 Apr 2015 (2) TC -> RDG.

1. CANTOR'S THEOREM IN GENERAL

Ik zie niet wat er mis zou zijn met de definitie van de verzameling Φ ; deze is geheel volgens de voorwaarden van het Afscheidingsaxioma.

Comment 2015:

(1) See Colignatus (2015b):

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf>

(2) Then explain the difference between Phi and Phi-accent

(3) Don't you see the ambiguity in the Separation Axiom that you treat the set, that is being separated, as free while it is bound by the existential quantifier ?

(4) If everything would be according to ZFC indeed, then select other axioms: since there are too many anomalies, like the above, and the lack of a set of all sets, and the schizophrenia of formal proper and informal improper sets. Especially for education in highschool it would be very useful to have a consistent representation of "naive set theory" without the strange consequences of ZFC and its transfinities.

Verder is het niet nodig aan te nemen dat f een bijectie is en Cantor zelf deed deze aanname in zijn bewijzen ook niet. Zijn formuleringen van de beide overaftelbaarheidsstellingen (die van \mathbb{R} en die van $\{0,1\}^{\mathbb{N}}$) waren als volgt: als een (willekeurige) rij elementen van de onderhavige verzameling gegeven is dan bestaat een element van die verzameling dat niet in die rij voorkomt.

In deze geest is ook een bewijs te geven van de bewering: voor elke afbeelding $f : A \rightarrow \mathcal{P}(A)$ bestaat een deelverzameling Φ van A zó dat $f(a) \neq \Phi$ voor alle $a \in A$.

Gegeven zo'n afbeelding definiëren we $\Phi = \{a \in A : a \notin f(a)\}$. Zij nu $a \in A$, we bewijzen dat $f(a) \neq \Phi$. Geval 1: $a \in \Phi$, in dat geval geldt $a \in \Phi \setminus f(a)$ en dus $f(a) \neq \Phi$. Geval 2: $a \notin \Phi$, in dat geval geldt $a \in f(a) \setminus \Phi$ en dus $f(a) \neq \Phi$.

Dit bewijs werkt voor elke verzameling A , ook eindige en in dat geval is Φ expliciet op te schrijven. Het heeft niet meer nodig dan de noties van afbeelding en in/sur/bijectie.

Comment 2015: This is refuted in Colignatus (2015b) Appendix C.

Het inductiebewijs draagt veel meer bagage met zich mee: eerst moet de hele rekenkunde worden opgebouwd en daarna moet nog *bewezen* worden dat 2^n inderdaad het aantal elementen van $\mathcal{P}(\{1, 2, \dots, n\})$ is.

Comment: I might agree.

De 'small consistency condition' maakt de definitie circulair: om te controleren dat $a \in \Phi$ moeten we eerst controleren dat $a \in \Phi$ en daarvoor moeten we eerst controleren dat $a \in \Phi$ en ...

Comment 2015:

(1) This was only a shorthand. The full expression without circularity is in ALOE 2007. To prevent further confusion, CCPO-PCWA uses this now too. See Colignatus (2015b).

(2) It is surprising that the condition doesn't ring a bell, and that KPH doesn't see how his objection can be remedied easily.

In de Afscheidings- en Vervangingsaxioma's van Zermelo en Fraenkel (en Skolem) wordt die 'consistency condition' expliciet uitgesloten door de variabele die te definiëren verzameling gaat aanduiden niet als vrije variabele in de definiërende formule toe te laten.

Comment 2015:

(1) This is not a free variable since it is bound by the existential quantifier.

(2) It is not paradoxical to include it, since it is a consistency condition.

2. DE REËLE GETALLEN

De constructie van \mathbb{R} laat nogal wat te wensen over

Subsequently, we let $d \rightarrow \infty$. This creates both \mathbb{R} and a map between that \mathbb{R} and \mathbb{N} .

Dit creëert niets want er wordt in het geheel niet gestipuleerd wat er dan wel gebeurt als $d \rightarrow \infty$.

Dit in tegenstelling tot de constructie door Gowers; deze begint met een welgedefinieerde verzameling, in één keer opgeschreven en vervolgt dan met definities van optelling, vermenigvuldiging en ordening zodat men een volledig geordend lichaam verkrijgt.

Comment 2015:

(1) This is curious. I do the same as Gowers, and refer to him.

(2) A small difference is that Gowers directly uses the word "infinite" while I first set up $\mathbb{R}[d]$ and then have $\mathbb{N}[d]$ @ \mathbb{N} .

(3) A small difference is that Gowers develops equality and arithmetic, while I only refer to him since this is not at issue for me.

Geen enkele (correcte) constructie is inferieur aan andere constructies: als K en L volledig geordende lichamen zijn dan zijn deze isomorf.

Comment: It matters in terms of didactics.

2.1. Bijection in the limit. Dit staat bol van ongedefinieerde begrippen, in het bijzonder wat we moeten verstaan onder $\lim_{n \rightarrow \infty} D[n]$.

Comment 2015:

(1) Terms are defined.

(2) It is commonly defined in mathematics what a limit to infinity is.

De ‘verklarende’ paragrafen die volgen verklaren niets en leveren zeker geen bijjectie tussen \mathbb{R} en \mathbb{N} op.

Comment 2015: They result into a "bijection by abstraction". Check the definition of "bijection by abstraction" and check what is done: then check that we have it as a result.

De alinea

The @ can be read as ‘abstraction’. ... ‘bijection by abstraction’.

1

legt niets uit en maakt de zaak alleen maar erger door vage noties te definiëren in termen van nog vagere noties.

Comment 2015:

(1) Abstraction is a concept that features in common dictionaries.

(2) What the process $\mathbb{N}[n]$ @ \mathbb{N} does is well defined. There is no vagueness here.

(3) The sentence merely stated that this is a process of abstraction too. Given what one knows from the dictionary, one can check whether or not it is correct to say that $\mathbb{N}[n]$ @ \mathbb{N} is abstraction.

(4) See more on abstraction in Colignatus (2015a):

<http://thomascool.eu/Papers/Math/2015-01-09-Explanation-Wigner.pdf>

Het argument "ik kan niet aangeven wat het beeld van $1/7$ is maar geloof me maar het beeld bestaat echt" snijdt voor mij geen hout.

Comment 2015:

(1) On March 3, I wrote to KPH that Cantor while assuming a bijection and using a diagonal element $d[i, i]$, could not identify what the numerical value of i was, when he supposedly creates a number $d[i, i]$ that would have a different value than the one already given. KPH fully accepts that Cantor cannot give such a value for i . Now he requires that I should be able to give a rank number for $1/7$? Quod licet Jovi non licet bovi ?

(2) Abstraction allows us to imagine the decimal representation of the reals. We establish that $\mathbb{N} \sim \mathbb{R}$. By abstraction there must be a bijection. But the process of abstraction eliminates the ability to pinpoint precise ranking numbers. What is unreasonable about this ?

Date: Thu, 01 Mar 2012 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Re: Nieuw Archief voor Wiskunde en "Contra Cantor Pro Occam"

Cc: RDG

Geachte dr Hart,

Mijn hartelijke dank voor uw reactie. Ook al kraakt u mijn artikel af, dan nog weet ik het zeer te waarderen dat u de moeite neemt om mijn tekst door te nemen.

Mijn voornemen is nu uw leesrapport op mijn website op te nemen, met mijn commentaar erbij. Als u wilt kunnen we daarvoor hieronder nog even mogelijke misverstanden wegwerken. Ook in kopie aan Richard Gill.

Mijn verzoek is of u aldus nog even kort de onderstaande rejoinder wilt bekijken en wilt corrigeren, of bevestigen dat ik uw tekst op de website mag opnemen.

Comment 2015: It is no use to put a reaction on one's website when it has a major misconception. KPH did not react to this email, and hence I could do little with his reaction.

PM. Ik heb afgelopen maand eerder de onaangename ervaring gehad van een wiskundige die niet goed las, en mogelijk ben ik t.a.v. u nu te kort door de bocht. Mijn verzoek is het onderstaande met enige welwillendheid te lezen.

Comment 2015: That mathematician was Jan van Rongen, see below.

U noemt "abstractie" vaag gedefinieerd. Maar:

(1) Goed gedefinieerd is: $\mathbb{N}[n] = \{0, 1, \dots, n\}$

(2) Goed gedefinieerd is: $\mathbb{N} = \{n \mid n = 0 \text{ of } n - 1 \text{ is element van } \mathbb{N}\} = \{0, 1, 2, \dots\}$

(3) Dan is goed gedefinieerd (1) @ (2) oftewel $\mathbb{N}[n] @ \mathbb{N}$, want dit is twee goed gedefinieerde begrippen naast elkaar zetten

(4) In de geschiedenis van de wiskunde is er het geaccepteerd onderscheid van Aristoteles tussen potentieel en actueel oneindige, en (3) is daar een mooie notatie van.

Dus mijn commentaar bij uw tekst zal zijn dat u (a) niet goed kunt lezen, (b) inconsistent bent want u maakt wel onderscheid tussen eindig en aftelbaar oneindig maar wilt niet erkennen dat u dit onderscheid maakt.

Comment 2015: Nowadays I would not put it like this. Of course KPH acknowledges the distinction between $N[n]$ and N . It is better to rephrase it: that he doesn't accept that the notation " $N[n] @ N$ " can be used for the switch from finite to (denumerable) infinite. It is a notation useful for didactics: why not accept it ?

Mutatis mutandis voor "bijection by abstraction". Ik zet dit tussen aanhalingstekens, niet omdat ze vaag zijn, maar omdat ik wil benadrukken dat het nieuwe begrippen zijn, met een strenge definitie.

U schrijft: "Ik zie niet wat er mis zou zijn met de definitie van de verzameling Phi; deze is geheel volgens de voorwaarden van het Afscheidingsaxioma."

Ik zit niet in de axiomatic. Ik heb er veel maar genoeg tijd aan besteed en het is niet "my cup of tea". Standaard is er het onderscheid tussen een formeel stelsel axiomas en daarnaast de bedoelde interpretatie (cq. alternatieven). Ik richt mij op het tweede. Mocht iemand anders willen helpen om vanuit mijn bedoelde interpretatie de passende axiomas te formuleren: fantastisch. Maar mij gaat het om die interpretatie. Waarbij ik meen dat studenten wiskunde de kans moeten krijgen om te zien dat de transfiniten onzin zijn zodanig dat ze daar niet hun leven aan verspillen. En dat we in het middelbaar onderwijs re-ele getallen kunnen uitwerken, met $1/3 = 0.333\dots$ zodanig dat $3 * 0.333\dots = 0.999\dots = 1$.

Comment 2015:
(1) KPH in 2012 stated that Phi satisfies the Separation Axiom but did not show this in formulas, so I hesitated discussing this because of a risk of getting lost in communication about the proper formulation.
(2) In November 2014 Bas Edixhoven was so kind to write out some the formulas (except on the Separation Axiom again).
(3) Colignatus (2015b) then does what mathematicians should have done given CCPO: propose some other axioms for set theory.
(4) Given Colignatus (2015b), I am more at ease in observing that Hart (2011, 2013) in his formulation of the Separation Axiom ("afscheidingsschema" p29) has the ambiguity that the set y that is being separated would be free and excluded, while it actually is bound by the existential quantor. See Colignatus (2015b) for the consequences.

Uw eigen formulering van het afscheidingsaxioma gebruikt ook de term "welgevormd". Ik hanteer driewaardige logica waarin ook "schijnbaar welgevormd maar onzinnig" mogelijk is.

U schrijft: "Verder is het niet nodig aan te nemen dat f een bijectie is". Wanneer ik uw argumentatie "diagonaal" doorneem (ik ben er niet voor gaan zitten) dan lijkt het erop dat u wel gelijk kunt hebben t.a.v. de specifieke bewering dat voor deze Phi $\leftrightarrow f[a]$, maar het gaat me juist om de bijectie $N \sim R$.

Comment 2015: (1) Indeed, KPH hasn't reacted yet on my rejection of Cantor 1874 in CCPO-PCWA. (2) My response here in 2012 is weak. Colignatus (2015b) Appendix C now refutes KPH's version of theorem and "proof without contradiction" that actually relies on that contradiction too.

U schrijft: "De 'small consistency condition' maakt de definitie circulair: om te controleren dat a in Phi moeten we eerst controleren dat a in Phi".

U heeft gelijk dat ik alleen de situatie uitwerk waarin Phi op zichzelf wordt toegepast. U moet me vergeven: ik had zo'n soort uitkomst voor een andere waarde natuurlijk wel gezien maar triviaal geacht. Ik ga gewoonlijk uit van de begrijpende lezer die zelf wel de ontbrekende

stukjes kan invullen. Ook omdat teksten onleesbaar worden wanneer ze veranderen in een wiskundig diktaat. Maar bij nader inzien heeft u volkomen gelijk dat CCPO hier onnodig zwak is geformuleerd. Voor het goede begrip dan:

$$(1) \text{ Phi} = \{x \text{ in } A \mid (1) \text{ } x \text{ ongelijk aan Phi: } x \text{ niet in } f[x], \\ (2) \text{ } x \text{ gelijk aan Phi: } (x \text{ niet in } f[x]) \ \& \ (x \text{ in Phi}) \\ \}$$

Comment 2015: See the email of 03 Mar 2012 TC -> KPH cc RDG for a correction of "op zichzelf wordt toegepast".

Het is mijn gebruik om lezers te bedanken voor kritische opmerkingen, zonder te impliceren dat zij achter mijn werk staan. Wanneer u dit waardeert, wil ik u in de update van CCPO voor deze kritiek bedanken. Als u mij hiervoor goedkeuring geeft ?

Comment 2015: Colignatus (2015b) now thanks KPH for alerting me to this confusion by also knowledgeable readers who should not be confused.

U schrijft: "In de Afscheidings- en Vervangsaxioma's van Zermelo en Fraenkel (en Skolem) wordt die 'consistency condition' expliciet uitgesloten door de variabele die te definiëren verzameling gaat aanduiden niet als vrije variabele in de definiërende formule toe te laten."

Dat lijkt me correct. ALOE en CCPO bekritisieren de standaard aanpak van typen dan ook als een verkeerde aanpak, die zinvolle zelfreferentie nodeloos uitsluit. Dus uw opmerking is geen kritiek op CCPO maar een bevestiging, zou ik dan denken.

Comment 2015: This statement of mine is confusing, in hindsight.

If KPH had shown in formulas how the proof for Cantor's Theorem relies on (this ambiguity in) the Separation Axiom, then I could have been more specific in 2012. This is dealt with now in Colignatus (2015b).

My position now is twofold:

(1) The consistency condition does not rely on a free variable since it falls under the existential quantifier ("there is a set"). Thus ZFC has the anomaly of the difference between Phi and Phi-accent: that users of ZFC must explain.

(2) The anomaly and the curious transfinite are reasons to reject ZFC as a "proper" axiomatisation of set theory. In mathematics anything goes, and any set of axioms would be acceptable if it isn't inconsistent. But we are also looking for a formalisation of the naive notion of the "set of all sets".

U schrijft over de re-ele getallen: "Dit creeert niets want er wordt in het geheel niet gestipuleerd wat er dan wel gebeurt als [d -> infinity]. Dit in tegenstelling tot de constructie door Gowers; deze begint met een welgedefinieerde verzameling, in een keer opgeschreven "

Dit is een curieuze opmerking. Ik doe hetzelfde als Gowers en verwijs daarbij naar hem. Ik heb de tekst waarnaar ik verwijs er nog eens op nageslagen.

<http://www.dpmms.cam.ac.uk/~wtg10/decimals.html>

Hij schrijft "To begin with, one defines an infinite decimal in the obvious way, as a finite sequence of elements of the set {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} followed by a decimal point followed by an infinite sequence of elements of the set {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}. This isn't quite the whole definition since one must point out that some of these objects are equal: (...)"

Terwijl Gowers het woord "infinite" gebruikt, benoem ik nog wel de twee tussenstappen van eerst $R[d]$ en vervolgens de overgang dat $N[d] @ N$.

U heeft gelijk dat er dan nog van alles moet gebeuren om te beschrijven wanneer $x = y$ of wat $x + y$ betekent, maar CCPO gaat over oneindigheid, niet over zulke vragen, daarvoor verwijst het naar Gowers.

Kernvraag voor u: wat staat uw begrip in de weg ? De onwelgevallige conclusie dat je er ook zo tegen aan kunt kijken, of, als het de notatie is, het gebrek aan tijd of de weerzin het dan nog eens in eigen notatie op te schrijven ?

U schrijft: "Het argument "ik kan niet aangeven wat het beeld van $1/7$ is maar geloof me maar het beeld bestaat echt" snijdt voor mij geen hout."

Het is de vraag of het aanwijzen van een index voor $1/7$ een zo zinvolle vraag is. De redenering is constructief tot het moment dat men de stap van abstractie maakt. Daarna verdwijnt de aanwijsbaarheid. Maar we kunnen nog steeds zeggen dat $N \sim R$, met het onderscheid tussen potentieel en actueel oneindig.

Wanneer u dan aanwijsbaarheid blijft verlangen, dan lijkt dat alsof u gevangen zit in de paradox van Zeno, met de verkeerde redenering dat Achilles de schildpad nooit kan inhalen. Of dat u van Wortel[2] de rationele representatie wilt omdat u meent dat alle getallen zo zijn uit te drukken. Waarom niet gewoon accepteren dat in deze benadering er geen aanwijsbare index is ? Zowel Cantor als Colignatus zeggen dat er geen aanwijsbare index is (tenzij expliciet opgenomen als je die nodig zou hebben), Cantor zegt dat die niet kan bestaan, Colignatus zegt dat het geen zinvolle vraag is (dat "bestaan" hier als wiskundige term ietwat in de lucht hangt).

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus

Date: Fri, 02 Mar 2012 RDG -> TC cc PKH

To: "Thomas Cool / Thomas Colignatus"

Subject: Re: Nieuw Archief voor Wiskunde en "Contra Cantor Pro Occam"

From: "Richard Gill" <RDG>

Cc: "K. P. Hart", RDG

"Cantor zegt dat die niet kan bestaan, Colignatus zegt dat het geen zinvolle vraag is (dat "bestaan" hier als wiskundige term ietwat in de lucht hangt)."

Waarom moeten we hier een probleem van maken? Het lijkt me wel handig om van uit te gaan dat reële getallen "bestaan", en ik zie helemaal geen probleem, integendeel, dat ze niet in 1-1 correspondentie kunnen worden gebracht met de natuurlijke getallen.

De methode Colignatus ziet een paradox die er niet is, en lost die niet bestaande paradox vervolgens op door een spreek-verbod in te voeren, door het woord bijectie te vervangen door een woord "bijectie in de limiet" waar we niets mee kunnen doen. Waarom zou het een probleem zijn, dat wiskundig "bestaan" in de lucht hangt? Het praktijk leert dat we uitstekend mee uit de voeten kunnen komen.

Date: Fri, 02 Mar 2012 TC -> RDG cc KPH

To: RDG

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Re: Nieuw Archief voor Wiskunde en "Contra Cantor Pro Occam"

Cc: "K. P. Hart"

Hi Richard,

Het probleem van K.P. Hart was dat CCPO geen goede definities zou kennen. Hopelijk is verhelderd dat dit wel het geval is. Er is dus een interpretatie om N en R als even groot te zien, namelijk als het actueel oneindige, oftewel het continuüm. Het tellen in N is potentieel oneindig.

Het lijkt me dat wiskundigen dit als zodanig kunnen accepteren en in de leerboekjes over het oneindige kunnen opnemen. Zodanig dat menigeen zich tweemaal bedenkt voordat hij of zij aan transfiniten begint.

Wat jij nu doet, is de interpretatie bekijken.

At 11:34 2012-03-02, Richard Gill wrote:

"Cantor zegt dat die niet kan bestaan, Colignatus zegt dat het geen zinvolle vraag is (dat "bestaan" hier als wiskundige term ietwat in de lucht hangt)."

Waarom moeten we hier een probleem van maken? Het lijkt me wel handig om van uit te gaan dat reële getallen "bestaan", en ik zie helemaal geen probleem, integendeel, dat ze niet in 1-1 correspondentie kunnen worden gebracht met de natuurlijke getallen.

Reële getallen bestaan. Waar je mij citeert heeft dat betrekking op de vraag of de 1-1 correspondentie zodanig bestaat dat je die kunt aanwijzen, bijv. voor $1/7$. Mijn antwoord is dat je het "bestaan" kunt accepteren "in abstractie" maar niet zodanig dat er een aanwijsbare index voor $1/7$ is. Niet alle vragen zijn meteen zinvol.

Als er een hard bewijs is van afwezigheid van 1-1 correspondentie dan accepteer ik dat. Maar de bewijzen van Cantor: (a) Het algemene bewijs met verzameling Phi bevat een Russell-paradox constructie die als onzinnig is te verwerpen, (b) Het specifieke diagonaal argument voor R bevat de aanname van een diagonaal terwijl de constructie van R geen aanwijsbare diagonaal heeft, want iedere $R[d]$ is maar d diep, (c) Het bewijs met de intervallen vooronderstelt reeds oneindig diepe getallen terwijl ook deze constructief slechts bestaan in $R[d]$. Als je zulke "bewijzen" accepteert kun je net zo goed meteen definiëren dat "transfiniten bestaan".

De methode Colignatus ziet een paradox die er niet is, en lost die niet bestaande paradox vervolgens op door een spreek-verbod in te voeren, door het woord bijectie te vervangen door een woord "bijectie in de limiet" waar we niets mee kunnen doen. Waarom zou het een probleem zijn, dat wiskundig "bestaan" in de lucht hangt? Het praktijk leert dat we uitstekend mee uit de voeten kunnen komen.

Kun je aangeven welke paradox je bedoelt, welke ik zou zien die er niet is ?

Ik had de indruk dat transfiniten alleen in wiskunde "bestaan" maar nog geen praktische toepassingen hadden gevonden. Wanneer deze wiskunde tot toepassingen in bruggenbouw of computers heeft geleid, hoor ik het graag.

Hartelijke groet,

Thomas

Date: Sat, 03 Mar 2012 TC -> KPH cc RDG

To: "K. P. Hart"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Kleine correctie

Cc: RDG

Geachte dr. Hart, en beste Richard,

In een vorig email (hieronder) schreef ik te snel dat Phi op zichzelf wordt toegepast. Dat is inaccuraat. Bij de Russell paradox wordt de verzameling op zichzelf toegepast. Bij de constructie van Cantor zit er nog de veronderstelde bijectie f tussen, en moet phi met kleine letter geschreven worden.

Ik heb CCPO nu aangepast en verhelderd hoe ik de "small consistency condition" bedoel. Natuurlijk is "infinite regress" te vermijden. Het gaat er alleen om te tonen dat de uitzonderingsclausule voortkomt uit de logica en niet een willekeurig opgelegde keuze is.

De aangepaste file heeft dezelfde naam. Zie paragraaf 1.2.1 voor Russell en paragraaf 2 voor Cantor:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2011-08-07-ContraCantorProOccam.pdf>

Comment 2015: CCPO is listed for legacy reasons and some remaining points w.r.t. non-standard analysis. The proper argument w.r.t. the diagonal now is in Colignatus (2015b) <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf> and CCPO-PCWA: <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

PM. Er is nog deze formulering: In het diagonaal argument voor R pakt Cantor het digit d[i, i] en manipuleert dit: maar hij kan natuurlijk niet aangeven wat precies de numerieke waarde van deze i is. Waarom is het dan zo slecht van mij dat ik de index van 1/7 niet kan aangeven ?

Comment 2015: This is an important remark, though made fleetingly.

Met beste groet,

Thomas

At 12:32 2012-03-01, Thomas Cool / Thomas Colignatus wrote:

U heeft gelijk dat ik alleen de situatie uitwerk waarin Phi op zichzelf wordt toegepast. U moet me vergeven: ik had zo'n soort uitkomst voor een andere waarde natuurlijk wel gezien maar triviaal geacht. Ik ga gewoonlijk uit van de begripende lezer die zelf wel de ontbrekende stukjes kan invullen. Ook omdat teksten onleesbaar worden wanneer ze veranderen in een wiskundig diktaat. Maar bij nader inzien heeft u volkomen gelijk dat CCPO hier onnodig zwak is geformuleerd. Voor het goede begrip dan:

(1) Phi = {x in A | (1) x ongelijk aan Phi: x niet in f[x],
(2) x gelijk aan Phi: (x niet in f[x]) & (x in Phi)
}

Date: Tue, 06 Mar 2012 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Nieuwe versie CCPO
Cc: RDG

Geachte dr. Hart,

Het ligt in mijn bedoeling u minimaal lastig te vallen t.a.v. wat voor u gesneden koek is, en waar de wereld al sinds 1874 te maken heeft met allerlei meningen over Cantor en diagonalen ...

(1) Er is nu wel een nieuwe versie:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2011-08-07-ContraCantorProOccam.pdf>

Comment 2015: CCPO is listed for legacy reasons and some remaining points w.r.t. non-standard analysis. The proper argument w.r.t. the diagonal now is in Colignatus (2015b) <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf> and CCPO-PCWA: <http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

(1a) Met t.a.v. de infinite regress de verwijzing naar ALOE (2007) pag 129, ongewijzigd in de tweede druk 2011, dat de shorthand notatie staat voor de langere maar minder goed leesbare vorm zonder die infinite regress.

(1b) In de Appendix in stappen uitgewerkt waarom het bewijs van 1874 in de lucht hangt. Dit argument is niet anders dan in de vorige versies maar nu wel in stappen uitgewerkt zodat het wellicht didactischer is.

(2) Gaarne zou ik uw reactie / PDF op mijn website opnemen zodanig dat lezers alles bij elkaar hebben. Ik zou dan ook mijn commentaar erbij zetten. Om misverstanden te vermijden zou ik nog gaarne vragen of u nog correcties heeft n.a.v. mijn "rejoinder". NB. Ik probeer de discussie in het Engels te voeren, wellicht kunt u een mogelijke herziene tekst ook in het Engels opstellen ?

(3) Een vraagje: aangezien u in de axiomatic zit, zou het geen uitdaging voor u of een promovendus zijn om een stelsel op te stellen dat ALOE en CCPO vangt ? Ik ben 57 jaar en richt me gaarne op de intended interpretation...

Comment 2015: This clarifies that I only looked at the axiomatics with great hesitation, and only because Bas Edixhoven was so kind to explain a bit more, see for the result Colignatus (2015b). Please note that I had been aware in 1981 that the purpose of the Separation Axiom was to kill Russell's paradox, and that it works via the separation of new sets from existing ones. Till November 2014 I had however no clear development in formulas how it works in the traditional derivation for Cantor's Theorem.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus

Date: Thu, 08 Mar 2012 TC -> KPH cc RDG

To: "K. P. Hart"
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: M.b.t. het commentaar van Jan van Rongen
Cc: RDG

Geachte dr Hart,

Na ampel intern beraad lijkt het me gepast u op de hoogte te stellen van het commentaar van Jan van Rongen en mijn reactie daarop. Gedurende een paar dagen leek het me zuiver om uw oordeel daar niet door te laten beïnvloeden. Maar naarmate de tijd voortschrijdt wordt de kans groter dat u deze andere discussie tegenkomt en dan denkt dat ik het had moeten melden.

Deze gedachtenwisseling staat hier:
<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/JvR/2012-03-06.html>

Mijn hoop is dat u bereid zou zijn om uw eerder gegeven commentaar nog eens te bekijken op de punten die ik in mijn rejoinder heb aangegeven. Wellicht dat ook deze discussie met Van Rongen nuttig is. Mijn bedoeling is dan zo'n pagina te maken zoals ik voor Van Rongen heb gedaan. PM. Mocht u hem willen bereiken, dan zal hij dat niet bezwaarlijk achten: Jan van Rongen <... email address ...>

Dus, voor de goede orde: Ik geef een nieuwe definitie, waardoor op het VWO een consistent verhaal kan worden gehouden zonder transfiniten. Mijns inziens is dit consistent. Ik ben niet echt geïnteresseerd in een discussie over wat Cantor precies doet. CCPO bevat een aanwijzing voor onderzoekers als u die zich daar wel mee bezighouden. Dat is een aanwijzing en zal denkkelijk verder niet veel scherper worden omdat ik me niet de tijd kan gunnen om daar verder in te gaan. Globaal komt die suggestie erop neer dat intervallen en limieten in het continuüm blijikbaar niet onafhankelijk van de constructie van \mathbb{R} zelf geconstrueerd zouden kunnen worden. In hoeverre dit kan leiden tot "nieuwe" wiskundige resultaten, zoals Richard Gill wil, zal mij op dit moment worst zijn. In mijn contact met u gaat het erom of u kunt bevestigen dat u ook ziet dat de constructie van "bijectie via abstractie" een consistente en coherente aanpak is.

Comment 2015: This situation is basically the same in 2015, except that Colignatus (2015b) invites uses of ZFC to explain the difference between Φ and Φ -accent, and to verify that the proposed alternative axioms result into a set theory closer to naive notions like the "set of all sets".

Ik kopieer een deel van een email van Richard Gill aan me van gisteren. Hij merkt terecht op:

This seems to me to be a discussion about nothing. You don't like the usual definition of "countable", "uncountable". You make a new definition and according to your new definition \mathbb{R} is countable.

Comment 2015: (1) This is tricky. A small finite set could be regarded as "countable" in a physical sense. A huge finite set might not be "countable" in the life of single human. Mathematicians call \mathbb{N} "countable" too, even though it is infinite, but it can never be counted physically - only measured as a continuum.

In that case, "countable" merely is another way of saying that there is a bijection with \mathbb{N} .

(2) Though it is a definition, it is dubious whether it is "new". The notion of "bijection by abstraction" only gives what all mathematicians accept: $\mathbb{N}[d]$, $\mathbb{R}[d]$, a bijection between $\mathbb{R}[d]$ and $\mathbb{N}[10^d]$, $\mathbb{N}[d] @ \mathbb{N}$, and $\mathbb{R}[d] @ \mathbb{R}$. At issue is only whether they are willing to use the words "bijection by abstraction" to capture these notions in their jointness.

My proposal is to capture that mystery within a phrase, so that the mystery is still there, but does not create the suggestion of a misconception like Cantor's.

Indeed, the term "bijection by abstraction" would be a term that covers what is being done. But mathematicians might not like to use the word "bijection" when they follow Cantor.

(3) With this comment, RDG's interpretation is correct.

Van Rongen and I like the old definition and according to our definition R is uncountable.

We had better both agree that R is Hart-Gill-Rongen-uncountable and Colignatus-countable. No contradiction, no issue (so far).

De abstractie voor N leidt tot eenzelfde begrip van aftelbaarheid.
De abstractie voor R leidt tot "aftelbaar via abstractie" zodat $N \sim R$.

Ik heb dit verschillende malen tegen Van Rongen gezegd maar hij wil dit niet accepteren. U blijkt ook nog niet. Misschien wilt u er nog eens naar kijken.

PM. Richard Gill lijkt te suggereren dat deze wiskunde van transfiniten het mogelijk heeft gemaakt dat we die raket naar de maan hebben gestuurd. Heeft u inderdaad bewijs van zulke praktische toepassingen [?]

PM. Ik zou een verbeterde reactie van u ook waarderen omdat Van Rongen de non-sequitur toepast: wanneer die Cool niets van de transfiniten begrijpt dan zullen zijn gedachten over econometrie ook wel niets voorstellen. Wanneer u dit circus wilt volgen dan verwijst ik naar: http://www.joop.nl/opinies/detail/artikel/samsom_versus_plasterk/

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus

Date: Wed, 7 Mar 2012 11:34:16 +0100
From: "Richard Gill" <RDG>
To: "Thomas Cool / Thomas Colignatus"

This seems to me to be a discussion about nothing. You don't like the usual definition of "countable", "uncountable". You make a new definition and according to your new definition R is countable.

Van Rongen and I like the old definition and according to our definition R is uncountable.

We had better both agree that R is Hart-Gill-Rongen-uncountable and Colignatus-countable. No contradiction, no issue (so far).

Now I do claim that Hart-Gill-Rongen-countable/uncountable is a useful distinction which is part and parcel of modern mathematics. Not the mathematics taught in schools. The mathematics which has helped people get to the moon, build atom bombs, invent financial derivatives and wreck the world economy, cure some diseases and invent many more. The mathematics which Hart, van Rongen and I all know and love very intimately.

Comment 2015: RDG ought to show that insights in the transfinite indeed helped mankind reach the moon, and so on. My reading is that

they are mere playthings for abstract mathematicians who got lost on elementary logic.

On your side you have a definition which so far leads nowhere, because you have no useful theorems which make use of it. It might comfort some school children. You want to say that R is nothing more than $R(d)$ after we have replaced "d" with "infinity". Well, that is true, we already know that. If an infinitely long list of digits is the generalization of a finite list of digits with length "d" replaced by "infinity" then R is "just" $R(d)$ with "d" replaced by "infinity".

Comment 2015: (1) I suppose that it is useful to get confirmation that it would be comfortable for students. (2) I protested in 2012 that I don't propose mere "replacement". There is the process of abstraction in which potential infinity is replaced by actual infinity. (These concepts were created by Aristotle. The lack of progress other than by confusion might indicate the fundamental problem in bridging the gap.)

Van Rongen and Hart and I already know that there is a perfectly acceptable definition of R in terms of infinite sequences of digits. One just has to decide how to manage the sequences $\dots 6999999\dots$ and $\dots 70000\dots$ which are supposed to represent the same element of R , and similarly with 6 replaced by any other digit different from 9. One could take as definition of real number: all finite sequences of digits, followed by a decimal point, followed by a finite or infinite sequence of digits which does *not* at some point become nothing but 9's, for ever.

The reason why Dedekind cut was fashionable at the time you picked up a bit of "modern" mathematics as a Groningen undergraduate was because it does not rely on choice of base for our number representation scheme, and it does not demand that we worry about duplicate representations. Each cut represents one real number. Each real number is represented by one cut. I don't imagine it is fashionable any more. No idea what is the current fashion, anyway.

If one likes limits and epsilons, one can also define the real numbers as the equivalence class of all Cauchy sequences of rationals under the equivalence relation that the element-wise difference converges to zero. Now we have uncountably many representatives of each number which might confuse school children and practical econometricians, but it is something professional mathematicians learn to understand and love (dividing out by an equivalence relation). For instance this kind of mathematics leads to the modern forms of the fixed point theorem which you even like to hint at for showing existence of solutions of differential equations. The notion of "dividing out" in order to define new mathematical structures from old ones permeates modern mathematics.

Comment 2015: See RDG's next email too.

Date: Thu, 08 Mar 2012 RDG -> TC cc KPH

To: "Thomas Cool / Thomas Colignatus"

From: "Richard Gill" <RDG>

Cc: "K. P. Hart", RDG

Subject: Re: M.b.t. het commentaar van Jan van Rongen

I noticed a slip in my email:

>>Van Rongen and Hart and I already know that there is a perfectly
>>acceptable definition of R in terms of infinite sequences of digits. One
>>just has to decide how to manage the sequences6999999.. and
>>...70000... which are supposed to represent the same element of R, and
>>similarly with 6 replaced by any other digit different from 9. One could
>>take as definition of real number: all finite sequences of digits,
>>followed by a decimal point, followed by a finite or infinite sequence of
>>digits which does *not* at some point become nothing but 9's, for ever.

Of course more restrictions need to be imposed if we want to define the real numbers through associating a unique sequence of decimals with each real number. Better is to use equivalence classes. A real number is the set of all sequences which "represent the same number". The latter notion to be carefully and non circularly defined.

But I really am not interested in pursuing this discussion, and though I support a number of your ideas, Thomas, and have now written two book reviews emphasizing my enjoyment in reading two of your books, I would rather not be cc-d every time you write to someone else hoping to get their attention. Remember the story of "the boy who cried wolf". Could you please try to be sparing with this device?

Date: Thu, 08 Mar 2012 TC -> RDG cc KPH

To: RDG
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Wolf
Cc: "K. P. Hart"

Dear Richard,

At 12:20 2012-03-08, Richard Gill wrote:
(...) hoping to get their attention.

My CC was not for that reason. It was because I copied part of your email to me, so that you would be informed that I used part of that email. There is no hair on my head that would want to use your "authority" to get people's attention.

It is obvious that the subject is quite dead for a long time already. For you but for me too. Yet, dr. Hart's memo deserved a rejoinder, so I felt obliged from courtesy to drink the cup to the bitter end. Since you saw that I merely use another definition, or didactically rephrase what has been known for a long time, but dr. Hart didn't see that, it felt fair to also use your quote.

Yes, eventually a real wolf turned up and all the annoyed people got eaten.

Yours,

Thomas

Date: Thu, 08 Mar 2012 (2) RDG -> TC

Subject: Re: M.b.t. het commentaar van Jan van Rongen
From: "Richard Gill" <RDG>
To: "Thomas Cool / Thomas Colignatus"

- > PM. Richard Gill lijkt te suggereren dat deze wiskunde van
- > transfiniten het mogelijk heeft gemaakt dat we die raket naar de
- > maan hebben gestuurd. Heeft u inderdaad bewijs van zulke praktische
- > toepassingen.

von Neuman heeft talloze fundamentele bijdragen aan de modern functionaal analyse geleverd (Hilbert en Banach ruimtes) die hem in staat stelde een coherente wiskundige theorie van quantum mechanica op te stellen, ihb de equivalentie aan te tonen tussen twee concurrerende en oppervlakkig gezien verschillende representaties. Het bestaan van die twee theorieën naast elkaar was een grote hindernis tot voortgang. Von Neumans "unification" leidde onbetwistbaar tot de kernbom. Daar heeft hij zich ook mee bezig gehouden.

Comment 2015: This doesn't seem to rely on Cantor's Theorem.

De maanreis was niet mogelijk zonder Kalman filter. Hetgeen ontdekt is door wiskundige ingenieurs die grootgebracht zijn in de moderne wiskunde.

Comment 2015: This doesn't seem to rely on Cantor's Theorem.

Je zult ook aardig veel moderne wiskunde vinden in von Neuman en Morgenstern grondlegging van de moderne speltheorie. Hun axiomatisering van utility zou heel anders kunnen zijn gegaan als de reële getallen aftelbaar waren geweest, en de relatie tussen de rationelen en de reële getallen heel anders was geweest.

Comment 2015: This doesn't seem to rely on Cantor's Theorem. "Zou kunnen zijn gegaan" is vague.

Ik zeg niet dat als de geschiedenis van de wiskunde andere routes had genomen, we *niet* tot de quantum mechanica en de mathematische economie waren gekomen, alleen dat de feitelijke historische ontwikkeling diep vervlochten is met de ontwikkeling van de huidige begrip van verzamelingstheorie. Die hoeft ook niet een eindstation te zijn. Volgens de moderne model theorie is niet-standaard analyse net zo "rigorous" op te stellen als gewone, en vele bewijzen kunnen uitgevoerd worden door "te doen alsof" de reëlen aftelbaar zijn. Die hele theorie is uit Gödel's eigen werk gekomen. Gödel's diagonaal argument brengt je daarnaartoe.

Comment 2015: This doesn't seem to rely on Cantor's Theorem.

Gödel didn't use a diagonal argument: he used self-reference, as we already know from antiquity: the Kretzenzer who said that all Kretzenzers are liars. See Colignatus (2015b) Appendix B.

Date: Sat, 10 Mar 2012 TC -> KPH cc RDG

To: "K. P. Hart"
 From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
 Subject: Mijn tekst op Joop.nl
 Cc: RDG

Geachte dr. Hart en beste Richard,

Er is nu deze tekst van me op Joop.nl:

http://www.joop.nl/opinies/detail/artikel/het_wiskundeonderwijs_moet_helemaal_anders/

Comment 2015: This has been moved to:
http://www.joop.nl/opinies/detail/artikel/12935_het_wiskundeonderwijs_moet_h_elemaal_anders/

Wanneer dr. Hart wil aangeven of hij zijn PDF nog wil herzien dan heb ik het gevoel dat we een stapje verder zijn.

Ik heb overigens nog een argument in het dode rammelende karkas van deze materie kunnen verhelderen. Het zat al in mijn argumentatie maar het is nu in propositiologica verhelderd in de jongste versie van 9 maart die nu op mijn website staat. Dat is dat Cantor het argument ($p \Rightarrow \text{niet-}p$, ergo niet- p) presenteert, voor $p =$ "Er is een diagonaal met welgevormde definitie". Maar de eigenlijke situatie is, wanneer we kijken naar de constructie van \mathbb{R} , dat niet- p . Zodat we krijgen (niet- $p \Rightarrow (p \Rightarrow \text{niet-}p)$), wat niet meer is dan "ex falso sequitur quodlibet" en "petitio principii".

Het gaat mij overigens om de lammetjes in het onderwijs in wiskunde, dus vergeet even dat jongetje dat "wolf" riep en denk aan hen ...

Met beste groet,

Thomas

Comment 2015: This is the distinction between "something that has sense but doesn't exist" and "something doesn't have sense so that wondering whether it exists is senseless too". CCPO-PCWA should be clear on this.

Date: Sat, 10 Mar 2012 (2) TC -> RDG

To: Richard Gill <gill1109@mac.com>
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Re: Fwd: Mijn tekst op Joop.nl

Hoi Richard,

Jan van Rongen schrijft hier: "Thomas' boeken zitten vol met fouten. Richard Gill in een e-mail naar mij: "Ik vind ook dat Cool een hoop onzin heeft geschreven". Dus in een pleidooi voor beter wiskunde-onderwijs is een verwijzing naar die boeken contra-productief. "

http://www.joop.nl/opinies/detail/artikel/het_wiskundeonderwijs_moet_helemaal_anders/

Comment 2015: This has been moved to:
http://www.joop.nl/opinies/detail/artikel/12935_het_wiskundeonderwijs_moet_h_elemaal_anders/

Mijn vermoeden is dat dit op CCPO slaat, en dat JvR dan op het verkeerde been is gezet t.a.v. ALOE, EWS en COTP.

Maar het kan ook dat je hierover duidelijk bent geweest en dat JvR je out-of-context citeert.

Of je zou nog eens kunnen zeggen wat er dan onzin is, bijv. over een Griekse schotel met een biertje ?

Cheers,

Thomas

Comment 2015: It is only fair to quote Van Rongen more fully. I will not quote everything here, since there are more entries and replies. Let me give the first text and then the entry by RDG.

Jan van Rongen, za 10 maart 2012 18:30

Thomas Cool zal wel verrast zijn dat ik het met een aantal punten eens ben, maar laat ik eerste beginnen de zaak en beetje historisch recht te zetten - want dit verhaal is warrig.

Eerst het historisch perspectief van het basisonderwijs. In 1960 deden we nog toelatingsexamen in het rekenen voor de middelbare school, en het rekenonderwijs op de lagere school bestond geheel uit de al 100-en jaren gehanteerde methodes met (heel) veel oefenen. De indruk wordt vaak gewekt dat dat hele starre methodes zijn, maar dat is niet zo. Wij - want ik hoor tot die generatie - leerden ook heel veel kleine trucjes om sommen uit het hoofd te kunnen maken, en daarom kunnen wij nog steeds heel goed hoofdrekenen.

Dit rekenonderwijs noemen we traditioneel rekenen (TR), en dat werd tot in het begin van de jaren '70 zonder uitzondering gebruikt in het lager/basis-onderwijs. De eerste veranderingen in het rekenonderwijs kwamen niet van het instituut van Freudenthal (het IOWO) maar van het ministerie. Een aantal faliekant foute methodes werden over het werkveld uitgestort, en pas midden jaren 80 begon de invloed van het Realistisch Rekenen (RR) van Freudenthal zich uit te breiden. Die "alternatieve" methode uit de jaren 80 was in 2000 bijna de enige. RR was een opluchting na alle ander methodes die niet werkten.

Voor Jan van de Craats begon te twijfelen aan de resultaten van het RR, deze aan de kaak te stellen en te pleiten voor een terugkeer naar de meer traditionelere methoden. De commissie uit 2009 olv Jan Karel Lenstra moest daar een soort Salomon's oordeel over geven. Ja, ik heb mij ook verbaasd waarom een paar hoogleraren wiskunde zich moesten buigen over een didactisch probleem in het basisonderwijs. Maar hun conclusie was wel verontrustend: er was nooit onderzocht of TR of RR beter was, en in ieder geval waren de onderwijzers helemaal niet goed opgeleid voor het (nieuwe) rekenonderwijs.

Dus Thomas, dit heeft helemaal niets met traditionele wiskunde te maken, het heeft zelfs weinig met wiskunde te maken. Het gaat om rekenvaardigheden. En nee, Lenstra pleit niet voor meer oefenen, maar Van de Craats. Ik vraag me af of je dat rapport wel goed gelezen hebt.

Mijn eigen conclusie over het rekenonderwijs op de basisscholen wil ik je niet onthouden. Die is dat RR te weinig rekening houdt met de kwaliteiten van de onderwijzer(es) en met de (on)mogelijkheden die methode klassikaal toe te passen. Dan kan het wel zijn dat RR in de beste omstandigheden wat beter scoort, maar die beste omstandigheden zijn er veel te weinig.

Dan maken we straks de stap naar middelbaar onderwijs en ontmoeten we voor het eerst opgeleide wiskundigen voor de klas. Op de basisschool zijn ze immers afkomstig van de pabo, en dat zijn echt geen wiskundigen. Wat is nu je verwijt ten aanzien van de kwaliteit van het middelbaar onderwijs? Dat maak je niet goed duidelijk. Daar zal ik in een volgende reactie op in gaan.

Then Richard Gill, zo 11 maart 2012 14:26:

Voor de duidelijkheid: ik heb inmiddels twee boekbesprekingen over boeken van Thomas geschreven, waarin ik mijn plezier beschreef in het lezen ervan, wegens de vele prikkelende ideeën, sommige waarvan heel aardig zijn (in mijn mening). Ik raadde daarom andere wiskundigen aan, om de boeken te lezen "with an open mind".

Dat wil niet zeggen dat ik achter alle wiskunde in die boeken sta, en nog minder, dat ik achter alle sociale analyse en politieke meningen sta.

In het bijzonder geef ik de wiskundigen van de wereld helemaal niet de schuld van de bank crisis en verdere economische ellende. De snelle slimme jongens die financiële derivaten uitvonden waren overigens eerder economen en theoretisch fysici (overproductie) dan wiskundigen. En ze deden voortreffelijk precies hetgeen ze voor waren ingehuurd: middelen verzinnen om slim en snel te speculeren. Politici en economen waren eerder de fout in gegaan door speculeren van banken te legaliseren en verheerlijken en gemeenschapsgeld aan speculate uit te geven. En de stemmers gingen in die waan mee! ("Geen gezeik, iedereen rijk").

Voorzover het wiskunde onderwijs vandaag in Nederland niet deugt (als dat het geval is), heeft dat veel meer (denk ik) met de verkeerde keuzes (prioriteiten, waardes) van onze maatschappij te maken, dan met de instelling van vorige generaties wiskundigen. De generatie van Freudenthal is echt zo langzamerhand uitgestorven, meerdere generaties zijn sindsdien achtereenvolgens aan de beurt geweest. Ik denk dat Thomas zijn beeld van de wiskundigen een karikatuur is van een type (arrogant, schools, wereldvreemd) waarvan hij mogelijk 40 jaar geleden les kreeg op de Rijksuniversiteit Groningen, en die toen al aan het uitsterven was. Die type voert al lang niet meer de boventoon. En de universitaire wiskunde onderzoekers hebben al lang vrijwel niets meer met de opleiding van leraren te doen, wat tegenwoordig haast niet op de universiteit plaatsvindt. Kwestie van geld (lagere opleiding, lagere salaris). Omdat de maatschappij tegenwoordig meer respect heeft voor salaris dan kennis.

Richard Gill (hoogleraar mathematisch statistiek, Leiden)

Date: Sun, 11 Mar 2012 RDG -> TC

Subject: Re: Mijn tekst op Joop.nl
From: Richard Gill <gill1109@mac.com>
To: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Prima (bij grieks schotel...). Ik heb ook wat op Joop.nl geschreven. Leuk dat er daar zoveel reacties zijn.

"Zinloos" was een beter woord dan "onzin" als we het hebben over mijn mening over jouw ideeën over Cantor. Het woord kwam voor binnen een privé correspondentie, en zonder de hele correspondentie omheen, niet goed te beoordelen.

En ik heb ook mijn mond gehouden over 2 1/2 enzovoorts. Mensen die in de war raken van 2a en 2 1/2 moeten maar kapster worden of loodgieter. En die beroepen verdienen hoger maatschappelijk waardering. Het probleem van het onderwijs is dat managers en politici zich mee bemoeien, en die willen iedereen opleiden tot manager. De chinezen hebben waarschijnlijk een gemiddeld 5 punts hoger IQ dan westerlingen vanwege hun onmogelijk moeilijke geschreven taal en 5 duizend jaar "survival of the fittest". Ik vrees dat de wereldbevolking gemiddeld dommer wordt als we overall overgaan op engels, een typisch pigeon taal. En zeker als de maatschappij alleen respect heeft voor geld en managers.

Ik vond ook de verwijzing naar Brouwer vast punt stelling heel inconsequent als je terug wil gaan tot de wiskunde voor de infinitesimaal rekening en daarvanuit een andere route naar de toekomst kiezen. Uiteindelijk moet een wiskunde leerboek voor de middelbare school zowel pedagogisch als wetenschappelijk verantwoord zijn. Dat vereist samenwerking, iteraties, waar zowel academisch wiskundigen als beroeps wiskundigen als allerlei soorten gebruikers, zelfs ook pedagogen, hun zegje moeten kunnen doen. "De wiskunde" van nu is organisch gegroeid over duizenden jaren waarin al deze type mensen sporen hebben achtergelaten. Een soort "crowd-sourcing" dus: net als de taal, de cultuur, linux of Sage. Het is niet perfect maar het is

het beste wat we hebben (net democratie). Freudenthal c.s. gingen de fout in, denk ik, om te denken dat zij op hun eentje, zuiver wiskundigen, zonder enige werkelijke ervaring in de toegepaste wiskunde of in de pedagogiek, de maatschappij op een rationele manier konden herbouwen, van boven af. Grootheidswaan. Typisch post-oorlog nederlands. cf CPB.

van Rongen c.s. zijn van die Pietjes precies die vinden dat elke wiskunde boekbespreking incompleet is zonder een complete lijst van alle schoonheidsfoutjes. Ik vind dat de volwassen lezer zijn eigen kritisch vermogen moet gebruiken.

Verder deel ik niet je analyse van wat er fout is in het wiskunde onderwijs. En ook al zou ik het delen, zou ik geen parlement enquête over aanraden. En ook al zou ik in een parlementaire enquête geloven, zou ik nooit bij de wiskundigen steun zoeken daarvoor. Zeker niet als ik ze net uitgekafferd heb! Dus ik vind je taktiek niet het allerslimst. Maar eerlijk en open is het wel.

Date: Mon, 26 Mar 2012 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Versie "Contra Cantor Pro Occam - Proper constructivism with abstraction"

Geachte dr. Hart,

Ik ontdekte het blad "Constructivist Foundations" en heb mijn analyse naar hun format herschreven. De infinitesimalen zijn eruit en het betoog is nu korter en strakker. Voorzover mogelijk heb ik rekening gehouden met uw kritiek, zie ook mijn eerdere opmerkingen van 1 maart hieronder, plus het latere email dat ik ook de reactie heb uitwerkt t.a.v. het oorspronkelijke argument uit 1874.

Deze herziene versie staat nu hier:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

Ik kan uw vorige leesrapport niet op mijn website opnemen omdat een paar punten dus wegvallen. Zou ik u zo vriendelijk mogelijk mogen vragen of u uw eerdere leesrapport zou willen aanpassen? Dan kan ik dit afsluiten en uw rapport plus mijn commentaar op mijn website opnemen.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus

Date: Thu, 01 Mar 2012 12:32:12 +0100

To: "K. P. Hart"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Re: Nieuw Archief voor Wiskunde en "Contra Cantor Pro Occam"

Cc: RDG

(...)

Comment 2015: No reaction from KPH. I hesitate to present his reading report that contains confusions that have been clarified in the above.

Date: Thu, 07 Jun 2012 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: N.a.v. NWO / VWN Bessensap

Cc: RDG

Geachte dr. Hart,

U zult druk zijn met tentamens, in deze periode, maar wellicht kan ik het navolgende nog vragen voordat u op vakantie gaat, mede met het oog op het komende onderwijsjaar.

Gisteren was NWO / VWN Bessensap. Bij een onschuldige vraag over de censuur van de wetenschap door de directie van het Centraal Planbureau begonnen twee journalisten te liegen en lasteren, waardoor ik in een volle zaal vol wetenschappers en wetenschapsjournalisten belachelijk werd gemaakt. Hier is mijn brief aan VWN. Daarin maak ik ook melding van falen t.a.v. wiskunde:

<http://thomascool.eu/Thomas/Nederlands/TPnCPB/Pers/2012-06-06-AanHetBestuurVWN.html>

Het zou toch mooi zijn wanneer enkele kwesties geregeld konden worden over wiskunde en het onderwijs daarin. Mag ik mijn eerdere verzoek herhalen, zie het email van 26 maart hieronder ? Ik zou ons contact graag afsluiten met opname op mijn website van uw reactie op mijn nieuwe definitie voor "bijectie via abstractie". U heeft terecht gewezen op een oneindige lus in mijn verkorte formule t.a.v. Russell, maar daarvan heb ik uitgelegd dat dit een shortcut was, bedoeld voor de lezer die e.e.a. wel zou begrijpen (dat was u dan blijkbaar niet, en mogelijk velen met u), en dat de volledige formulering in "A Logic of Exceptions" 2007 staat, nu 2e druk 2011 pag 129, met de "exception switch", pdf op het internet. Ik kan uw reactie niet op mijn website opnemen zolang het voor lezers verwarrend is dat er kritiek is op iets dat geen kritiek behoeft.

Tevens heb ik voor "Constructivist Foundations" een kortere versie geschreven:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

Richard Gill schreef me dat hij mijn aanpak "zinloos, nutteloos, want onvruchtbaar" vond, wat toch wat anders is dan "onzin", wat door anderen gesuggereerd werd. Voorlopig ben ik tevreden met een definitie die voor het voortgezet onderwijs perspectief schept op een consistent en overzichtelijk onderwijspakket, en waarin leerlingen niet hoeven te worden ge-indoctrineerd met "diagonaalbewijzen" en "transfiniten".

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Scheveningen

Date: Mon, 04 Mar 2013 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: N.a.v. mijn brief aan het bestuur van KWG / Cantor vs Occam

Cc: RDG

Geachte dr. Hart,

Ik schreef hieronder een brief aan het bestuur van de KWG en zag dat u lid bent.

Eerder heeft u me aardig geholpen t.a.v. Cantor vs Occam, en ik stel me zo voor dat u bij dit bestuur uw ervaringen inbrengt t.a.v. enkele van mijn analyses. Nu is het wel zo dat uw hulp is blijven steken bij een krachtige afwijzing van mijn analyse t.a.v. Cantor vs Occam. Ik heb u toen het volgende uitgelegd: Ja, ik schreef t.a.v. de paradox van Russell een verkorte schrijfwijze, die inderdaad bij strikte lezing tot oneindige regressie leidt. Maar, de juiste volledige vorm staat in ALOE uit 2007, waarin dit niet optreedt. Dus u had gelijk dat de

gekozen presentatie tot zo'n verwarring zou kunnen leiden. Vervolgens verzocht ik u dan naar die volledige vorm te kijken, en uw commentaar dan te herschrijven, maar daar had u geen zin meer in.

Inmiddels heb ik het artikel "Contra Cantor Pro Occam" aan een tijdschrift voorgelegd, commentaar van drie referees verwerkt, en een nieuwe versie ingediend. Dankzij de ervaring met u heb ik daarin ook meteen de volledige vorm t.a.v. de paradox van Russell opgenomen. De redactie wil blijkbaar niet dat ik deze nieuwe versie al op het internet zet. In de gegeven situatie zou het niet onredelijk zijn om u deze versie bilateraal te laten lezen, ik zou zeggen in kopie aan Richard Gill. Het is tenslotte ook Richard geweest die over non-standard analysis begon en me zo dwong ook nog eens na te denken over het onderwijs over het oneindige.

Ik zou u willen verzoeken om op dit voorstel in te gaan. De versie van het artikel die ik zou sturen is dus tot stand gekomen na zulke kritiek door referees, en daarmee in mijn ogen inderdaad ook strakker geworden.

Mocht het u nu niet uitkomen om naar deze versie te kijken, dan zou ik u willen verzoeken in het bestuur niet te gaan zeggen dat u slechte ervaringen hebt met mijn voorstellen voor het onderwijs van het oneindige, omdat deze ervaringen zich tussen u en mij zich afspelen in de fase van verkenning. Men kan altijd nog afwachten of het tijdschrift inderdaad tot publicatie overgaat.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Scheveningen

Comment 2015: The following actually shows that the non-reaction by KPH is not without consequences. When he would reply in an adequate fashion, then this would be informative for other mathematicians, and then they might look into my other analyses perhaps with more attention.

It is not guaranteed but not quite unlikely.

Date: Sun, 03 Mar 2013

To: prof. dr A. C. M. (André) Ran, dr O.W. (Onno) van Gaans, drs J. G. (Joke) Blom

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Voorstel tot instelling van een tuchtraad door de KWG

Aan het bestuur van de KWG

p/a prof. dr A. C. M. (André) Ran, dr O.W. (Onno) van Gaans, drs J. G. (Joke) Blom

Geacht bestuur,

Ik ben econometrist (Groningen 1982) en leraar wiskunde (Leiden 2008). De opleiding in Groningen was aan een interfaculteit, en we liepen college samen met wis-, natuur- en sterrekundigen.

Ik heb in mijn studie en werkzame leven veel profijt van wiskunde gehad. Toch heb ik ook heel veel last van personen die aan een subfaculteit wiskunde zijn afgestudeerd en die uitspraken over de werkelijkheid doen. Zij scheppen kastelen in de lucht, over logica, onderwijs, financiële producten, of verkiezingen, die weinig met de werkelijkheid te maken hebben, maar die wel grote chaos in de discussie veroorzaken, en die door beleidsmakers worden overgenomen en nagepraat. Men kan zeggen dat de eindverantwoordelijkheid bij de beleidsmakers ligt, die verkeerde adviseurs kiezen. Mijn ervaring reeds sinds de studentenjaren is dat toch ook een grote verantwoordelijkheid bij de adviseurs ligt. Een adviseur moet niet meer beloven dan hij of zij kan, en moet scherp de beperkingen van het advies aangeven.

Ik adviseer tot een tuchtraad voor wiskundigen die zich niet houden aan de regels van zuiver advies.

Hieronder is mijn email aan de NOCW van vandaag t.a.v. het onderwijs in wiskunde. Dat het Freudenthal Instituut nog bestaat wekt mijn verbazing.

Daarnaast wijs ik op de wiskunde t.a.v. verkiezingen en democratie. Twee boekjes in Epsilon Uitgaven bevatten misleidende voorstellingen van zaken. Mijn website bevat een lijst van minstens 10 wiskundigen die zich niet houden norm dat je bij adviezen over de werkelijkheid deze dan ook moet bestuderen.

Zie

http://www.joop.nl/opinies/detail/artikel/19808_na_italie_verdienen_wiskundigen_een_tuchtraad

en hier een bondige beschrijving van het kernprobleem:

<http://thomascool.eu/Thomas/Nederlands/Wetenschap/Artikelen/2013-02-14-PasOpMetWiskundeOverVerkiezingen.html>

Ik lid van NVvW en niet KWG, maar ga ervan uit dat u de ernst van het voorstel zult onderkennen.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Econometrist en leraar wiskunde
Scheveningen

Date: Sun, 03 Mar 2013
To: Nederlandse Onderwijs Commissie voor de Wiskunde (NOCW)
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Brief aan de NOCW
Cc: Wim Kleijne t.b.v. ICMI

Aan de Nederlandse Onderwijs Commissie voor de Wiskunde (NOCW)
<http://www.wiskgenoot.nl/watis/nocw.html>
p/a mw. Melanie Steentjes, secretaris

Geachte Commissie,

Eerder heb ik mij gewend tot het bestuur van de NVvW en de cTWO. Nu het bestuur van de NVvW er weinig mee doet en het traject t.a.v. cTWO leidt tot de onderstaande terugmelding van het Ministerie van OCW, lijkt het me nuttig om mij tot u te wenden. De situatie is een beetje zo dat ik cTWO heb verzocht om een gesprek, dat men dit afwijst, dat ik het Ministerie wijs op het gebrek aan aandacht, en dat het Ministerie meent dat de commissie gesproken heeft. Van het kastje naar de muur, zogezegd.

Er zijn mijn boeken: Elegance with Substance (2009), Conquest of the Plane (2011), Een Kind wil Aardige en geen Gemene Getallen (2012), en hier is mijn reactie op het rapport van de cTWO:

<http://thomascool.eu/Papers/Math/2013-02-06-Colignatus-nav-cTWO-Eindrapport.html>

Een van mijn adviezen is om in het onderwijs ook aandacht te besteden aan de wiskunde omtrent verkiezingen en democratie. Relevant is hiervoor ook mijn boek *Voting Theory for Democracy* (2011) (3e druk), of zie ook de passage in EWS. Relevant zijn deze links, waarin wordt gewezen op de fouten op kennislink.nl en de twee boekjes bij Epsilon Uitgaven, en het advies tot instelling van een tuchtraad voor wiskundigen die uitspraken doen over de werkelijkheid zonder deze te bestuderen:

<http://www.beteronderwijsnederland.nl/content/voorbeeld-zeggenschap-over-de-inrichting-van-het-onderwijs>

http://www.joop.nl/opinies/detail/browse/6/artikel/19530_democratie_in_de_knel_door_alfas_en_betas

http://www.joop.nl/opinies/detail/artikel/19808_na_italie_verdienen_wiskundig_en_een_tuchtraad

en hier een bondige beschrijving van het kernprobleem:

<http://thomascool.eu/Thomas/Nederlands/Wetenschap/Artikelen/2013-02-14-PasOpMetWiskundeOverVerkiezingen.html>

Mijn verzoek is of u mijn boeken en deze links wilt bekijken, en mij dan eens wilt uitnodigen om over de bevindingen te spreken. Uiteindelijk kun je gaan denken aan een groter congres met werkgroepen e.d.

Overigens is EWS niet meer in druk verkrijgbaar. EWS en COTP zijn wel als PDF beschikbaar. Mijn advies is wel COTP vanaf papier te lezen. Er zijn ook de lasterlijke besprekingen in *Euclides*, en ik adviseer u meer aandacht te schenken aan de positief getoonzette besprekingen door Richard Gill en bij de EMS. Het bewijs van de pudding ligt in het eten van de pudding, en u kunt dan ook het beste COTP gaan lezen, waarna u ook beter kunt gaan begrijpen wat het misverstand van Freudenthal was.

Ik neem de vrijheid kopie te doen aan Wim Kleijne t.b.v. ICMI.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Econometrist en leraar wiskunde
Scheveningen

From: "Dienstpostbus Burgervragen" <Ministerie van OCW>
To: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Date: Fri, 22 Feb 2013 10:58:08 +0100
Subject: De heer Cool over het vak wiskunde

Geachte heer Cool,

Op 6 februari 2013 hebt u een brief gestuurd aan de regering en het parlement. Daarin geeft u als leraar en beleidseconoom uw visie op het eindrapport van de commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs (cTWO). Uw brief is ter beantwoording doorgestuurd naar het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap (OCW), omdat dat de verantwoordelijkheid heeft over het voortgezet onderwijs. Daarom krijgt u van mij antwoord op uw brief.

Ik waardeer het dat u de moeite hebt genomen uw visie op papier te zetten. Uw inbreng zal echter geen rol meer kunnen spelen in de keuze die het ministerie van OCW moet maken over het toekomstig

wiskundeonderwijs. Het ministerie vertrouwt hierbij namelijk op de conclusies van de commissie. Het is echter bekend dat de meningen in de wiskundewereld sterk uiteenlopen. Daarom is cTWO zo breed mogelijk samengesteld en zijn veel verschillende visies op het wiskundeonderwijs erin ondergebracht. Het ministerie van OCW gaat er dan ook van uit dat de commissie tot een evenwichtig eindoordeel is gekomen. Ik hoop dat u hier begrip voor kunt opbrengen. Ik dank u tot slot hartelijk voor het kenbaar maken van uw visie. Met vriendelijke groet,
het hoofd van de afdeling Bestuur en Burger
Anita Schilperoort

Date: Wed, 27 Mar 2013 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Mijn paper "Contra Cantor Pro Occam" versie 26 maart 2013

Geachte dr. Hart,

Het tijdschrift, waarvan ik [... elders ...] melding maakte, heeft het artikel afgewezen. Het belangrijkste argument was dat een van de drie referees zei de analyse niet te begrijpen. Wellicht was maar een van de drie eerlijk, of wat dan ook. Ook vond men het artikel te wiskundig voor het eigen bredere lezerspubliek, terwijl ik me beperk tot toepassingen voor het gymnasium (behalve wellicht in de bijlage met de verwerping van Cantor's oorspronkelijke bewijs). Ik mag van de redactie nog een kortere herziene versie indienen, maar ik vooralsnog lijkt het me dat ik de analyse daarmee schade zou doen omdat niet het hele verhaal verteld wordt.

In ieder geval staat hier de jongste versie, op de oude link, maar met het voordeel van aanpassingen na kritiek van drie referenten:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

Sectie 6 beschrijft de onderwijssituatie, die ook voor u en uw studenten kan gelden.

Een terugkerende vraag blijft of u nog eens zou willen kijken. T.a.v. uw vorige kritiek: ja, mijn verkorte vorm t.a.v. de Russell paradox kon een lezer op het verkeerde been zetten, en ik gebruik nu de volledige vorm.

Voor u kan ook relevant zijn dat Christiaan Boudri (HAN, werkgroep HBO van de NVVW) oproept om mijn werk met een open geest te lezen:

<http://www.wiskundebrief.nl/629.htm#13>

Hier is overigens een eigen tekst die ik aan NAW heb aangeboden: "What a mathematician might wish to know about my work": <http://thomascool.eu/Papers/Math/2013-03-26-WAMMWTKAMW.pdf>

Nogmaals: het is mijn stellige voornemen om een reactie van u op mijn website op te nemen. Maar gezien het vorige misverstand t.a.v. mijn antwoord op de paradox van Russell, is uw reactie voor anderen verwarrend. Mijn hoop is dat u dat inderdaad ook zou begrijpen na lezing van de jongste versie.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Econometrist en leraar wiskunde

Date: Fri, 29 Mar 2013 TC -> NAW

To: redactie NAW

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Aanbeiding aan NAW: "Contra Cantor Pro Occam - Proper constructivism with abstraction" maart 2013

Cc: co-editor NAW prof. Barry Koren, "K. P. Hart"

Geachte professor Verhulst,

Gaarne bied ik dit artikel aan ter publicatie in NAW:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

Op de link staat de versie van maart 2013. Het artikel is afgewezen door een tijdschrift omdat een van de referees te kennen gaf het niet te begrijpen. Het was geen (wiskundig) tijdschrift zoals NAW, dus er is hoop dat u het wel kunt begrijpen.

In het andere aangeboden artikel "What a mathematician might wish to understand about my work" heb ik uitgelegd hoe mijn werk het beste door wiskundigen gelezen kan worden.

Ik heb sinds augustus 2011 pogingen gedaan om bij verschillende wiskundigen reacties te krijgen ter verbetering van de analyse. In de kern is er weinig veranderd in vergelijking met augustus 2011 maar inderdaad bleek de uitleg verbeterd te kunnen worden. U krijgt dus een zeer gepolijst verhaal.

Een van die wiskundigen was K.P. Hart. In de versie die ik hem voorlegde gebruikte ik een "shortcut" die bij hem meteen tot kritiek leidde. Ik geef onmiddellijk toe dat dit een bron voor verwarring kon zijn. In de huidige versie neem ik de volledige aanpak uit mijn boek "A logic of exceptions" 2007 en leg de "shortcut" uit. Helaas wilde dr Hart daarna niet meer reageren. N.a.v. de afwijzing van het andere tijdschrift deze maand zond ik hem nog onderstaand email, maar ik kreeg nog geen reactie. Ik doe kopie aan hem. Een kernpunt is ook: mocht hij negatief reageren t.a.v. mijn analyse, dan is het wel zaak om de juiste versie voor ogen te houden.

Het artikel is geschreven in Mathematica vanwaaruit naar Latex kan worden ge-exporteerd, maar daar heb ik geen ervaring mee.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Econometrist en leraar wiskunde

Date: Wed, 27 Mar 2013 09:00:48 +0100

To: "K. P. Hart"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Mijn paper "Contra Cantor Pro Occam" versie 26 maart 2013

(...)

Date: Fri, 29 Mar 2013 NAW -> TC

To: "Thomas Cool / Thomas Colignatus", redactie NAW

From: redactie NAW

Cc: co-editor NAW prof. Barry Koren, "K. P. Hart"
Subject: RE: Aanbeiding aan NAW: "Contra Cantor Pro Occam - Proper constructivism with abstraction" maart 2013

Geachte heer Cool,
De huidige redactionele voorbereiding voor het NAW gaat over de september en december nummers, daar ga ik niet meer over. Ik denk dat de nieuwe hoofdredactie uw artikel zorgvuldig zal bekijken.
Zelf zal ik er natuurlijk uit belangstelling een blik op werpen.
Met vriendelijke groet,
Ferdinand Verhulst

Prof. Ferdinand Verhulst
Mathematisch Instituut
University of Utrecht
PO Box 80.010
3508TA Utrecht, The Netherlands
Website <http://www.staff.science.uu.nl/~verhu101>

Date: Thu, 07 Nov 2013 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Fwd: Re: NVvW Studiedag 9 november: presentatie D5 over de algebraïsche aanpak van de afgeleide
Cc: Joost Hulshof

Geachte dr. Hart,

Komende zaterdag is er de studiedag van de NVvW, en in sessie D5 verzorg ik een presentatie over de afgeleide. De slides zijn hier te vinden:

<http://thomascool.eu/Papers/COTP/2013-11-05-ColignatusStudiedagNVvW.pdf>

Joost Hulshof schreef me dat hij op Twitter daarvoor sympathie had geuit, zie het email hieronder.

Vooralsnog kan ik die tweet niet vinden, maar ik zie wel een andere, namelijk waarin een vermakelijk artikeltje op Onion over "nieuwe goniometrie" besproken wordt:

<https://twitter.com/hartkp/statuses/378051691855097856>

Nu is die Onion satirisch bedoeld, terwijl mijn suggestie omtrent Xur en Yur wel degelijk didactisch is bedoeld. Eerder vond Hulshof mijn suggestie origineel om hoeken te meten met als eenheid het platte vlak zelf.

Voor het wederzijdse begrip nodig ik u uit om die slides van sessie D5 te bekijken en eventueel met uw studenten te bespreken. Hopelijk wilt u er daarbij rekening mee houden dat niet alle leerlingen in Delft gaan studeren. Hierbij bedoel ik niet dat het huidige wiskundeprogramma op de middelbare school inherent moeilijk is, en daarom gemakkelijker voor studenten uit Delft, nee, ik bedoel dat studenten uit Delft er minder last van zullen hebben wanneer het huidige programma krommer is dan nodig.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Econometrist (Groningen 1982) en leraar wiskunde (Leiden 2008)

From: Joost Hulshof
To: "Thomas Cool / Thomas Colignatus"
Cc: Voorzitter NVvW en Organisator jaarvergadering / studiedag
Subject: Re: NVvW Studiedag 9 november: presentatie D5 over de algebraïsche aanpak van de afgeleide
Date: Tue, 5 Nov 2013

Beste Thomas,

Op twitter heb ik mijn sympathie al betuigd voor
> over de algebraïsche aanpak van de afgeleide.

Zie ook sectie 4.1 in <http://www.math.vu.nl/~jhulshof/reader.pdf>.

Ik ben er niet bij helaas.

Succes en vriendelijke groet,

Joost

Date: Sun, 10 Nov 2013 TC -> wiskundigen

To: TC
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Re: NVvW Studiedag 9 november: presentatie D5 over de algebraïsche aanpak van de afgeleide
Cc: G. Jeurnink, Nelleke den Braber
Bcc: (... wiskundigen), alsook KPH

Geachte wiskundige of wiskundeleraar,

Ik geef u gaarne een terugmelding over de sessie over de algebraïsche aanpak van de afgeleide. Mocht u aan een universiteit werken is mijn suggestie dit email door te sturen aan een colloquium-commissie. Ik herhaal een eerder verzoek aan Gerard Jeurnink & Nelleke den Braber tot een presentatie bij Platform Wiskunde NOCW (maar dan breder over COTP). Ik zou hier graag enig tempo willen maken gezien de eerdere laster en leugen in Euclides die onnodig vertraging oplevert.

De sessie was tweemaal een goed succes. Deelnemers waren natuurlijk niet onmiddellijk overtuigd maar men accepteerde dat je een "dynamische deling" zo kunt definiëren, en men vond de uitleg over de manipulatie van het domein didactisch verhelderend.

Grappig was dat de eliminatie van de limiet en het differentiaalquotient niet als probleem werd ervaren. In de praktijk wordt er immers nog slechts vaag over gepraat.

Bij de overgang van Wiskunde B1,2 naar B zijn limieten eigenlijk al uit het programma verdwenen. Zie www.nieuwarchief.nl/serie5/pdf/naw5-2002-03-1-070.pdf en <http://www.slo.nl/organisatie/inDeMedia/2008/S45C-108070809591.pdf>, Jenneke Krüger, Euclides 83-8, p375: "Hoewel limieten weer in een subdomein opgenomen zijn is het niet de bedoeling hier een heel uitgebreid onderdeel van te maken. De limiet wordt beschouwd als een noodzakelijk concept bij de introductie van afgeleiden en bij bestudering van het asymptotisch gedrag van functies."

De analyse dat limieten ook inhoudelijk verwijderd kunnen worden komt voor velen derhalve als mosterd na de maaltijd.

Het antwoord hierop is:

(a) limieten zijn belangrijk, en zijn verwijderd met verkeerde reden, ook al is het een juiste observatie dat leerlingen terecht moeite hebben met limieten in het differentiaalquotient. Te adviseren is limieten terug te brengen m.n. voor asymptoten. Eindexamen B doen in wiskunde zonder begrip van limieten is bizar.

(b) Het gebruik van de dynamische deling herstelt op inzichtelijke wijze de verloren exactheid (als die er was) voor verhoudingen en afgeleide.

Ik heb dit punt toegevoegd aan de sheets over de sessie, met behoud van de oorspronkelijke link:

<http://thomascool.eu/Papers/COTP/2013-11-05-ColignatusStudiedagNVvW.pdf>

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus

At 18:19 2013-11-05, Thomas Cool / Thomas Colignatus wrote:
Geachte wiskundige of wiskundeleraar,

Komende zaterdag 9 november heeft de NVvW haar studiedag:
<http://www.nvww.nl/page.php?id=9496&rid=597>

Ik verzorg daar workshop D5 over de algebraïsche aanpak van de afgeleide.

Hier leg ik uit dat het een wereldontdekking is:

<http://thomascool.eu/Thomas/Nederlands/Wetenschap/Artikelen/2012-05-25-EenWereldontdekking.html>

Dit is de eerste keer dat ik hierover een presentatie verzorg. De ontdekking staat in "A Logic of Exceptions" (2007) en is uitgewerkt in "Conquest of the Plane" (2011). Met collegae praat je er niet over, want met hen bespreek je het bestaande programma, en het zou verwarring wekken alsof je in de klas iets anders doet. Dus ik vind het toch wel bijzonder om na zes jaar hierover een uiteenzetting te houden.

De sheets van de presentatie staan hier:
<http://thomascool.eu/Papers/COTP/2013-11-05-ColignatusStudiedagNVvW.pdf>

De samenvatting staat hieronder.

De presentatie zal tweemaal gegeven worden, van 12:00 -13:00 uur en van 14:00 - 15:00.

IJs en weder dienende.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Econometrist (Groningen 1982) en leraar wiskunde (Leiden 2008)
Scheveningen

=====
D5. De algebraïsche aanpak van de afgeleide

Via algebra is een andere didactiek van de afgeleide mogelijk. In de didactiek bestaat er standaard al het "procept", waarbij een wiskundig concept ook een proces kan voorstellen. Wanneer we dit toepassen op de deling, dan ontstaat het onderscheid tussen de gewone deling als een statisch concept naast een nieuwe dynamische deling opgevat als een proces met algebraïsche manipulatie. Een gevolg hiervan is dat nieuwe algebraïsche aanpak van de afgeleide er direct komt uitrollen. In deze aanpak is het limietbegrip niet meer nodig om de afgeleide te construeren. Cauchy en Weierstrasz blijven natuurlijk relevant voor de universiteit maar zijn niet direct nodig voor het middelbaar onderwijs. De algebraïsche aanpak is direct inzichtelijk voor de leerlingen. Hierdoor is het ook gemakkelijker om aan te haken bij vakken als natuurkunde en economie. Zie ook de PDF op: <http://thomascool.eu/Papers/COTP/Index.html>

Date: Mon, 03 Mar 2014 TC -> NAW

To: redactie NAW Barry Koren
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Vraag naar de stand van zaken - Fwd: RE: Aanbeiding aan NAW: "Contra Cantor Pro Occam - Proper constructivism with abstraction" maart 2013

Geachte professor Koren,

U heeft vorig jaar drie artikeltjes van me afgewezen. Maar er waren daarnaast nog twee in de pijplijn, te weten:

<http://thomascool.eu/Papers/Math/2013-03-26-WAMMWTKAMW.pdf>

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

Zie het email aan professor Verhulst van vorig jaar. Ik vraag me af wat de stand van zaken is.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Econometrist (Groningen 1982) en leraar wiskunde (Leiden 2008)
Scheveningen

From: Redactie NAW "Verhulst, F."
To: "Thomas Cool / Thomas Colignatus", Redactie NAW "Verhulst, F."
Cc: NAW - "Barry Koren", "K. P. Hart"
Subject: RE: Aanbeiding aan NAW: "Contra Cantor Pro Occam - Proper constructivism with abstraction" maart 2013
Date: Fri, 29 Mar 2013 09:12:59 +0000
(...)

Date: Wed, 05 Mar 2014 NAW -> TC

To: "Thomas Cool / Thomas Colignatus"
From: NAW - "Barry Koren"
Subject: Re: Vraag naar de stand van zaken - Fwd: RE: Aanbeiding aan NAW: "Contra Cantor Pro Occam - Proper constructivism with abstraction" maart 2013

Geachte heer Cool,

De twee artikelen in de pijplijn kende ik niet.
Ik heb uw mail ter kennisgeving doorgestuurd naar collega-hoofdredacteur Jan van Neerven.
Het zal worden besproken op de a.s. NAW-redactievergadering.

Vriendelijke groet,
Barry Koren

Date: Mon, 26 May 2014 TC -> NAW

To: NAW - "Barry Koren"
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Re: Vraag naar de stand van zaken - Fwd: RE: Aanbeiding aan NAW: "Contra Cantor Pro Occam - Proper constructivism with abstraction" maart 2013

Geachte professor Koren,

Heeft u tijd gehad naar het onderstaande te kijken ?

M.v.g.

Thomas Cool / Thomas Colignatus

At 14:18 2014-03-03, Thomas Cool / Thomas Colignatus wrote:
To: NAW - "Barry Koren"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Vraag naar de stand van zaken - Fwd: RE: Aanbeiding aan NAW: "Contra Cantor Pro Occam - Proper constructivism with abstraction" maart 2013

(...)

Date: Mon, 27 Apr 2015 TC -> RDG

To: RDG
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Ik heb een "peer review" binnen: wat vind je ervan ?

Hi Richard,

Ik heb een "peer review", zie onder, van dit paper van me:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf>

Wat vind je van dat "peer review" ?

Ik vind dat "peer review" niet deugen. Ten eerste lijkt het me helder wat het paper doet, ten tweede is evident dat mijn twee gesuggereerde mogelijke oplossingen doen wat ze moeten doen. Wanneer een redacteur niet ziet dat het evident is, dan is het mij een raadsel hoe je hem zoiets alsnog zou kunnen tonen.

Ik overweeg het aan NAW aan te bieden. Maar misschien heb je nog een suggestie, ook n.a.v. het onderstaande "peer review".

Het toeval, als dat bestaat, wil, dat K.P. Hart in maart een artikel heeft over het diagonaal-argument:

<http://www.nieuwarchief.nl/serie5/pdf/naw5-2015-16-1-040.pdf>

Wanneer ik mijn artikel indien, dan zal ik hieraan moeten refereren, wat voor lezers wellicht een voordeel is, maar ik zal helder moeten aangeven dat mijn artikel geen reactie is. In ieder

geval heb ik elders getoond dat het oorspronkelijke bewijs van Cantor, waar Hart ook naar verwijst, ook niet deugt, zie Appendix A hiervan:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

PM. (...)

Hartelijke groet,

Thomas

Date: Mon, 16 Feb 2015
To: "Mr. Thomas Colignatus"
Subject: [...] Unsuitable Submission
From: ABC

Mr. Thomas Colignatus:

An initial review of "A condition by Paul of Venice (1369-1429) solves Russell's Paradox, blocks Cantor's Diagonal Argument, and provides a challenge to ZFC" has made it clear that this submission does not meet the minimal requirements for publication in [...]. It is not sufficiently clear what the goal of the paper is, and (most importantly) it is not at all shown that the two possibilities listed on p.5 have the intended consequences.

ABC

Date: Mon, 27 Apr 2015 (2) TC -> RDG

To: RDG
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Een eerder email van K.P. Hart

Dag Richard,

Ik splits mijn reactie. Hier t.a.v. K.P. Hart:

At 2015-04-27 09:44, you wrote:
have you shown your paper to K P Hart?

if he thinks it is nonsense then probably all experts in the field will think it is nonsense too

so if you want to publish it you should submit it to a journal where it won't be reviewed by experts ...
but then experts won't read it either

[I would be inclined to trust K P Hart's judgement through my experience with him in the past. I don't want to spend any time right now breaking my head about axioms of set theory.]

Ik heb het nieuwe artikeltje over ZFC niet aan Hart voorgelegd.

Eerder reageerde hij t.a.v. een eerste versie van "Contra Cantor Pro Occam" (CCPO) op onderstaande wijze, met toevoeging van bijgesloten PDF.

Ik vind het uitstekend wanneer hij zegt iets niet te begrijpen. Laat hij dat netjes aangeven, een oprechte poging doen om te zeggen wat hij er wel van begrijpt, zodat ik kan proberen te ontdekken waar de schoen wringt. Maar zo reageert hij niet.

De reactie wekt bij mij sterk de indruk alsof het niet te goeder trouw is. Dat hij het artikel niet serieus neemt. Dat hij niet constructief meedenkt. Dat hij dooddoeners formuleert om ervan af te zijn.

(a) In ieder geval is deze versie van CCPO nu beter:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2012-03-26-CCPO-PCWA.pdf>

en heeft Hart niet gereageerd op mijn weerlegging in Appendix A van het oorspronkelijke bewijs van Cantor.

(b) Kijk bijv. naar Hart's tegenwerping in zijn paragraaf 2 in bijgesloten cool.pdf tegen mijn constructie van R: "Dit creeert niets wat er wordt in het geheel niet gestipuleerd wat er dan wel gebeurt als $d \rightarrow$ oneindig." Hoezo is onduidelijk dat re-ele getallen een oneindig aantal decimalen (kunnen) hebben ?

Comment 2015: This cool.pdf is the reaction by KPH on 2012-02-29 which has been included above.

(c) Zo ook bij "bijection in the limit", waarvan ik aangeef dat een betere aanduiding "bijection by abstraction" is. Ik vind dat een verbetering in de woordkeus, omdat de term "limiet" uitnodigt om epsilon en delta te gaan gebruiken, terwijl dat overgaan op een oneindig aantal decimalen wat anders is. Maar hij staat niet open voor de gedachte dat het hier alleen om een woordkeus gaat, en maakt ervan: "(...) legt niets uit en maakt de zak alleen maar erger door vage noties te definiëren in termen van nog vagere noties." Hart leest dus niet met het doel om te begrijpen wat er staat maar met het doel om het af te branden.

Mijn korte artikel over ZFC heeft qua onderwerp enige overlap met CCPO, en Hart's paragraaf 1 in zijn cool.pdf.

Zijn opmerking "Ik zie niet wat er mis zou zijn met de definitie van de verzameling Phi; deze is geheel volgens de voorwaarden van het Afscheidingsaxioma" past bij die van Edixhoven, en was voor mij dan de aanleiding om ZFC te verlaten en een ander axioma voor te stellen.

Maar dat ontslaat Hart en Edixhoven niet van de taak om het verschil tussen Phi en Phi-accent te verklaren, waar officieel geen verschil zou mogen zijn terwijl er toch verschil blijkt.

Comment 2015: Thus there is an ambiguity in the Axiom of Separation about the set that is separated: which is forbidden to be included when it is free, but which could be included when bound by the existential quantifier.

In die zin is dat jongste kortere artikeltje over ZFC een verduidelijking voor Hart en Edixhoven, wat voor deze deskundigen toch allang duidelijk had mogen zijn in CCPO (wanneer ze met de goede geesteshouding zouden lezen).

Hart meent dat het "small consistency condition" leidt tot circulariteit. Dat is een denkwijze waarmee Achilles nooit de Schildpad zal inhalen. Onjuist dus. Puur op grond van logica kun je al uit A desda (A en B) iets concluderen, namelijk wanneer $B = \text{niet-A}$. Het is bizar dat Hart dat niet zien. De verklaring is dat hij het niet wil zien, omdat hij het artikel niet serieus wil nemen.

Hart stelt dat het "small consistency condition" door ZFC wordt uitgesloten omdat de variabele niet vrij mag zijn. Dat is onjuist. De variabele valt nog steeds onder de existentielle quantor.

Wat mij hieromtrent nog interesseert, is dat Hart's reactie zou kunnen impliceren dat een deel van deze discussie al bekend is in de eerdere literatuur met Zermelo, Fraenkel en Skolem. Is

al eerder aan dat "small consistency condition" gedacht - en is het wellicht verworpen met zulke misvattingen ? Maar Hart geeft hier geen literatuurverwijzing.

Kortom: je hebt goede ervaringen met Hart en Edixhoven, maar jij bent voor hen een te respecteren wiskundige, en niet een vreemde econometrist die afgepoeierd mag worden.

Ik zou bereid zijn om het nieuwe korte artikeltje over ZFC aan Hart voor te leggen - en ik neem aan dat de redactie van NAW dat eigenlijk sowieso zal doen - maar dan gaarne in de situatie dat hij het netjes behandelt.

Mijn voorgestelde analyse is wiskundig consistent en er is geen reden voor wiskundigen om het af te branden. De bijectie via abstractie is niet-constructief. Maar overaftelbaarheid is ook niet-constructief.

Hierna deel twee.

Hartelijke groet,

Thomas

(... former emails)

Date: Thu, 30 Apr 2015 TC -> KPH

To: "K. P. Hart"

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Update van mijn analyse t.a.v. Cantor / N.a.v. uw artikel in NAW maart 2015

Geachte dr. Hart,

Ik wil u nogmaals danken voor uw reactie uit 2011 voor het vinden van het bewijs van Cantor uit 1874, uw reactie in 2012 op een concept voor NAW, die op een paar punten aangaf waar mijn eigen argumentatie verhelderd mocht worden, en nu uw artikel in NAW maart 2015 waarin u een traditioneel overzicht geeft alsmede een zeer bruikbaar historisch overzicht.

Ik wil bijgaand nieuw artikel voorleggen aan de redactie van NAW.

Waarschijnlijk zal men weer bij u te rade gaan, en het lijkt me verstandig om de lijn kort te houden. Dit artikel stamt uit najaar 2014 en gaat over de relatie van het diagonaalbewijs en ZFC, met suggestie hoe het aan te passen om netter te kunnen gaan spreken van een verzameling van alle verzamelingen, zonder dat "informele" onderscheid tussen "eigenlijke" en "oneigenlijke" verzamelingen (waar u ook van spreekt).

Ik heb het artikel uit 2014 nu aangepast met opmerkingen over uw recente artikel [bijlage B], alsmede een weerlegging van het bewijs dat u in 2012 gaf (bijlage C) (welk bewijs u m.i. ook wel in het artikel had mogen noemen):

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf>

Laat ik ook opmerken dat Richard Gill u hoog acht en dat ik Richard Gill hoog acht: en ik heb de indruk dat we verwaald zouden zijn wanneer dat dit alles niet zo lag: omdat u in 2012-2014 niet heeft gereageerd op mijn aangepaste tekst, zou ik zonder deze melding van Richard toch anders over de situatie denken.

Afgelopen najaar ging ik naar een lezing van de KNAW, werd door Jan Bergstra aan Bas Edixhoven voorgesteld, die in de periode daarna zo vriendelijk was nader uit te leggen hoe het diagonaalbewijs samenhangt met ZFC. Dat bood aanknopingspunten om aan te geven waarin ZFC dan zwak is, en hoe het beter kan. (...) Het lijkt me alleszins correct wanneer u

zowel Edixhoven als mij navraagt over die stand van zaken, maar mijn verzoek is om dat dan na lezing van dit artikel te doen, en na een reactie daarop te geven, opdat het oordeel niet beïnvloed wordt door zulke meta-informatie.

Comment 2015: Edixhoven doesn't answer some of the questions. The article on "Paul of Venice etc." contains a link to part of the email exchange with Edixhoven.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Econometrist en leraar wiskunde

Date: Thu, 30 Apr 2015 TC -> RDG

To: RDG
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Update t.a.v. artikel ZFC en KP Hart

Dag Richard,

(1) Dank voor je enorme geduld met me. Ik sta er regelmatig van te kijken.

(2) (...)

(3) Mijn nieuwe versie van het artikel over Cantor & ZFC staat nu hier, met verwerking van je commentaar. Met oude link:

<http://thomascool.eu/Papers/ALOE/2014-11-14-Paul-of-Venice.pdf>

(...)

(4) Hieronder mijn email aan K.P. Hart. De tekst spreekt voor zich. (...) Ik hoop dat KP Hart gaat lezen, wie weet komt hij tot inkeer. Wanneer hij niet reageert kan ik NAW verzoeken om Hart en Edixhoven niet als referees te vragen omdat zij dan bewezen niet meer onbevongen kunnen lezen.

Ik moet wel zeggen dat ik blij ben dat ik, kijkend naar al die misverstanden die over me worden uitgegoten, in deze jongste versie scherper kan aangeven wat een betere analyse is. Vooral de verwerping van Hart's stelling in Bijlage C is eigenlijk erg grappig. Maar het is erg jammer dat ter zake kundigen niet spontaan diezelfde inspiratie aan dat inzicht van Paul van Venetie ontlenden zoals ik in 1981. Ik had liever gezien dat zij de gevolgen hadden uitgewerkt, dan dat ik het doe, afhankelijk van zo'n moment dat ik er wel aardigheid in heb.

Hartelijke groet,

Thomas

Date: Thu, 30 Apr 2015
To: "K. P. Hart"
From: Thomas Cool / Thomas Colignatus
Subject: Update van mijn analyse t.a.v. Cantor / N.a.v. uw artikel in NAW maart 2015

(....)

Date: Tue, 05 May 2015 TC -> NAW

To: derdewet NAW ("actie is reactie" ingezonden brievenrubriek)

From: Thomas Cool / Thomas Colignatus

Subject: Reactie op KP Hart over het diagonaal-argument van Cantor (NAW maart 2015)

Geachte redactie,

Bijgaand stuur ik u gaarne mij reactie op het artikel van KP Hart.

Met vriendelijke groet,

Thomas Cool / Thomas Colignatus
Econometrist en leraar wiskunde
Scheveningen

Included paper:

" REACTION TO HART (2015) ABOUT CANTOR'S DIAGONAL ARGUMENT

Hart (2015) reviews Cantor's "Diagonal argument". He presents a view that after the support by Hilbert may be called "traditional". Readers may benefit from Van den Berg (2013) for a perspective on Hilbert. It so happens that a refutation can be found in my book "A Logic of Exceptions" (ALOE) (1981, 2007, 2011) which is neglected by Hart. See a review by Gill (2008) in this journal. Later I updated specifically on Cantor's diagonal argument in "Contra Cantor Pro Occam - Proper Constructionism with Abstraction" (CCPO-PCWA) (2012, 2013) on which I informed Hart. In November 2014 I gave an update on the relation to the ZFC axioms. Now in (2015) I have included an Appendix B on Hart (2015). The following is that Appendix B:

(...)

Comment 2015: See Colignatus (2015b) Appendix B for my comments on Hart (2015), which Appendix B has been submitted with above short note as a reaction to NAW.